

CONSTRUCTION : De l'horomètre à l'horoscopion

Pour ce document, on utilise les dessins obtenus graduellement dans les documents suivants :

[CONSTRUCTION : Cadran de Regiomontanus \(1\)](#)

[CONSTRUCTION : Cadran de Regiomontanus \(2\)](#)

1) Passage de l'horomètre à l'horoscopion par des figures

L'horoscopion est tracé à partir des mêmes échelles que le quadrant à lignes droites. Comme l'instrument final est l'horoscopion, on a choisi celui-ci pour le comparer à l'horomètre.

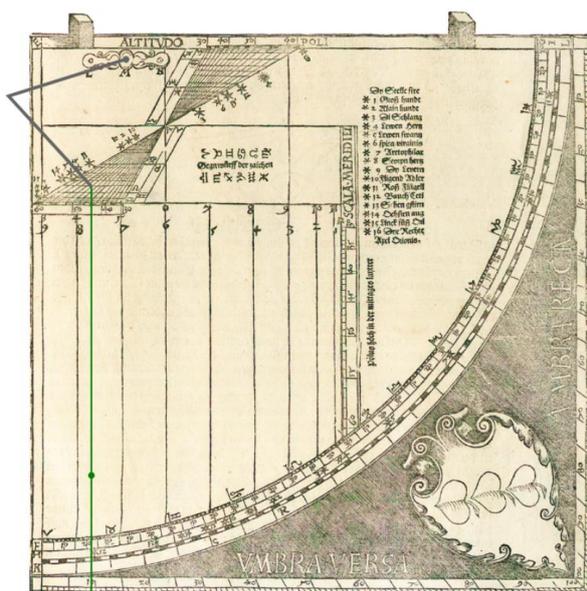


Fig. 1. *Quadrant à lignes droites*, [Animation](#)
L'échelle de midi est à droite, la visée est à droite.

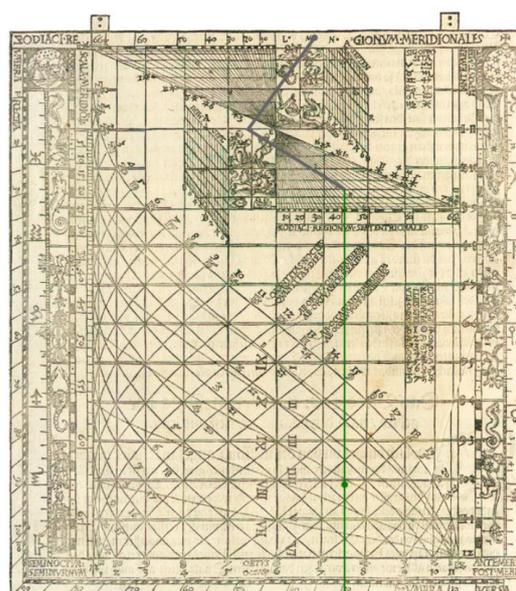


Fig. 2. *Horoscopion*, [Animation](#)
L'échelle de midi est à gauche, la visée est à gauche.

Cette comparaison va mettre en évidence sur les instruments le rôle symétrique des variables, latitude L et déclinaison d , dans la formule liant, l'heure, la hauteur du soleil, la latitude et la déclinaison.

- L'échelle de midi est une échelle en déclinaison sur l'horomètre et c'est une échelle en latitude sur l'horoscopion ;
- Pour construire l'échelle du zodiaque du lieu de l'horomètre, on commence par construire l'échelle en latitude puis l'échelle en déclinaison pour obtenir une grille à deux entrées alors que pour celle de l'horoscopion, on procède à l'inverse.

[Échelle de midi](#)

[Échelle du zodiaque du lieu](#)

Le but est d'obtenir le centre et le rayon du cercle qui porte l'arc décrit par la perle sachant que le centre est sur la ligne d'heure du lever ou du coucher de l'astre (ou parallèle à une ligne d'heure tracée) au moment du lever ou du coucher de l'astre et la perle à l'extrémité du rayon est sur la ligne de midi quand l'astre passe au méridien.

On rappelle que l'arc obtenu sur ce cercle par ces deux positions correspond à la trajectoire de l'image de l'astre par la rotation d'axe zénithal du plan de visée de l'astre (perpendiculaire au plan de l'horizon) sur le plan méridien.

Dans les schémas ci-dessous, la latitude est 50°N et la déclinaison $18^{\circ}21'$ (soit le 3 mai 1500, Longs = $52^{\circ}05'$ (*Stellarium*) ou 22° degré du Taureau)¹.

L'observateur est en $O_{L,d}$, centre du cercle $C_{L,d}$ de rayon $O_{L,d}Z$.

L'instrument est dans le plan de visée à gauche sur le schéma. Le plan du schéma (ou de la feuille) est aussi l'image du plan de visée obtenue par la rotation d'axe zénithal.

L'image de l'astre peut être placée d'un côté ou de l'autre de l'axe zénithal.

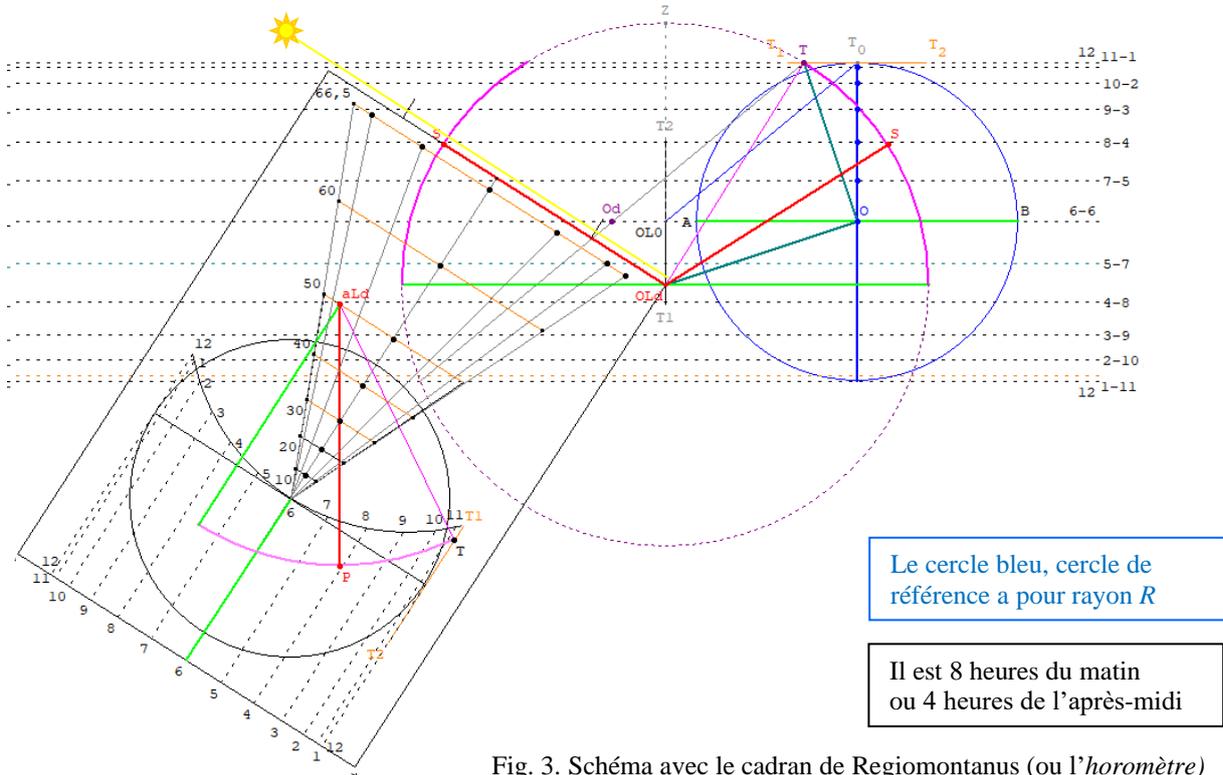


Fig. 3. Schéma avec le cadran de Regiomontanus (ou l'horomètre)

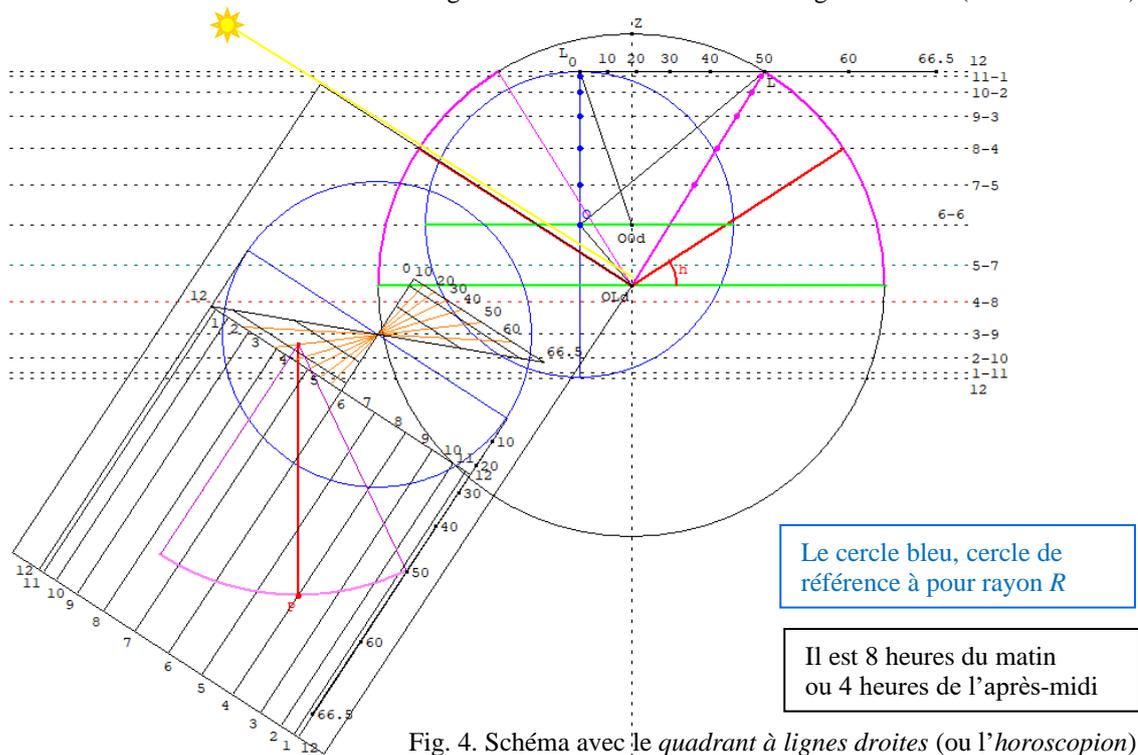


Fig. 4. Schéma avec le quadrant à lignes droites (ou l'horoscopion)

¹ Ces schémas correspondent à une hauteur de l'astre de $32,6^{\circ}$.

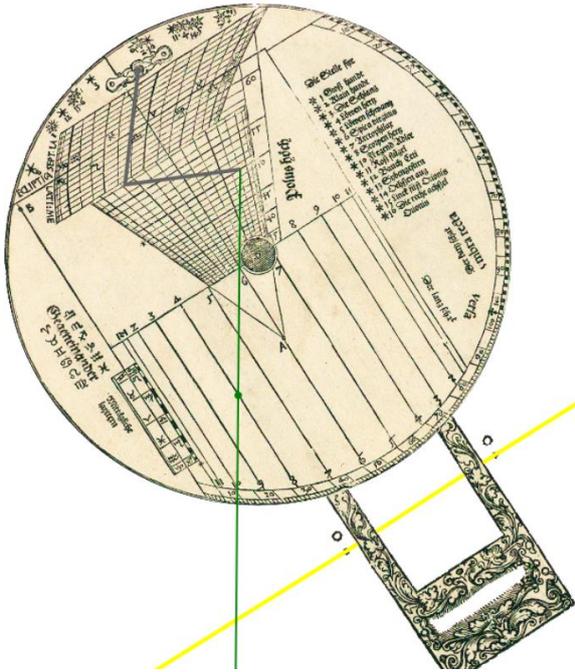


Fig. 5. L'horomètre avec les paramètres de visées des figures 3 & 4. L'échelle de midi est à gauche.

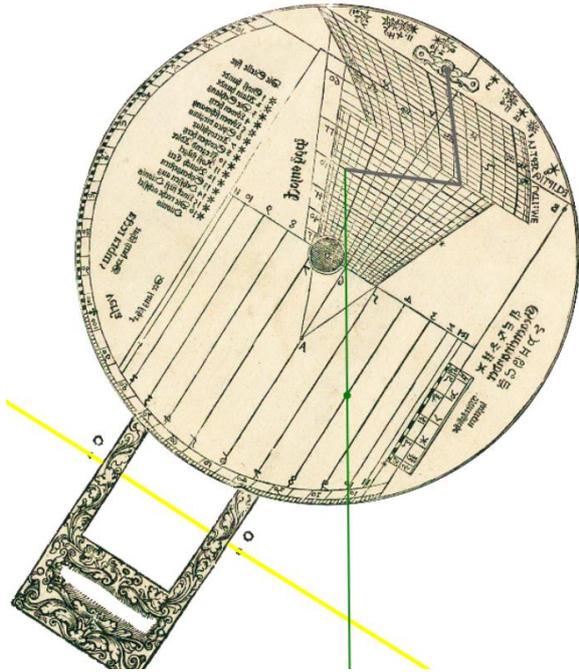


Fig. 6. Symétrique de la figure 5, l'horomètre est alors dessiné avec l'échelle de midi est à droite².

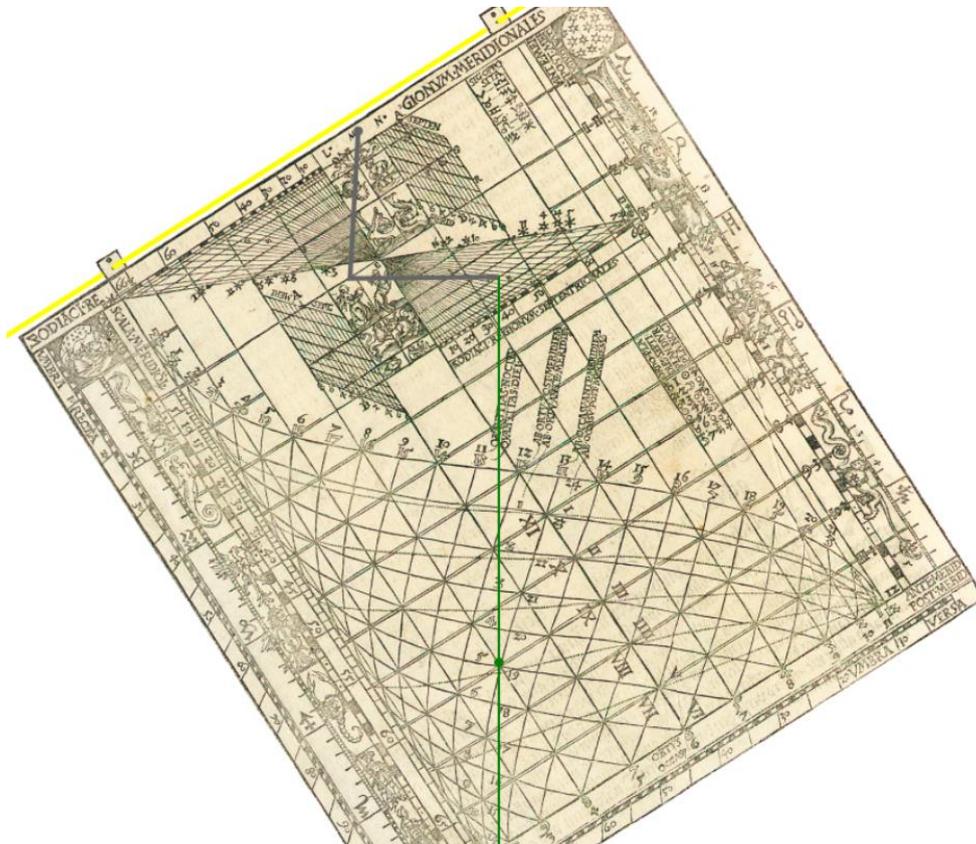


Fig. 7. L'horoscopus avec les paramètres de visées des figures 3 & 4. L'échelle de midi est à gauche comme l'horomètre.

² Il faut alors prendre le symétrique des signes du zodiaque sur l'échelle du zodiaque du lieu et bien sûr réécrire tous les mots et nombres dans le bon sens !

2) Passage de l'horomètre à l'horoscopion

2-1 géométriquement

Géométriquement, pour passer de l'horomètre à l'horoscopion, il suffit de reprendre pas à pas la construction de l'horomètre en construisant l'échelle de midi (l'échelle en déclinaison devient une échelle en latitude) puis l'échelle du zodiaque du lieu en commençant par tracer sur la ligne de 6 heures l'échelle en déclinaison puis l'échelle en latitude.

On peut s'aider des figures 3 à 7.

2-2 par la trigonométrie

La formule générale qui lie la hauteur du Soleil h , la déclinaison d , la latitude du lieu L et l'heure donnée en angle horaire du Soleil AH (en degré) est :

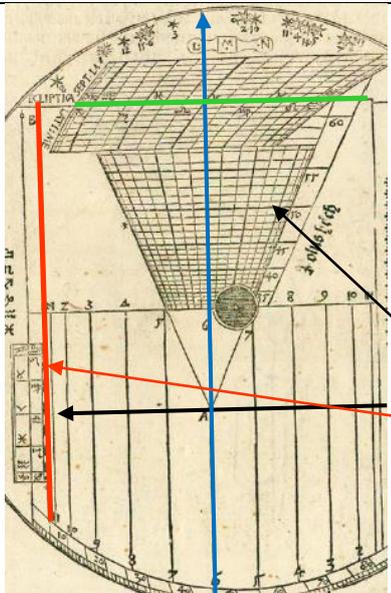
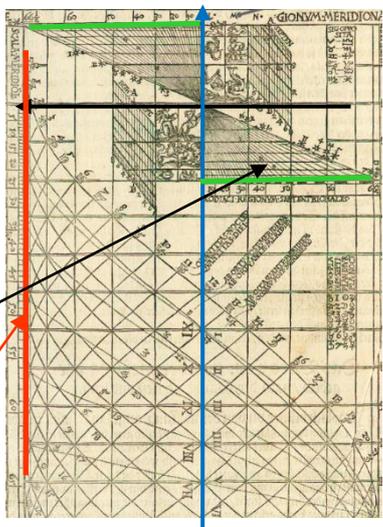
$$\sin h = \sin d \sin L + \cos d \cos L \cos AH$$

Les 2 variables, la déclinaison du Soleil d et la latitude L , jouent des rôles symétriques dans la formule trigonométrique.

Soit une latitude donnée L , une déclinaison donnée d , les points sur l'échelle du midi et sur l'échelle du zodiaque du lieu, peuvent être repérés par leurs coordonnées dans un repère.

Prenons sur chacun des 2 instruments un repère de centre A ou E et d'axes, le noir et le bleu, orientés comme sur les figures 8 & 9

- Sur l'échelle de midi sur la ligne rouge d'équation $y = R$ (rayon du cercle de référence bleu), on repère les points T_m (fig. 8) et D_m (fig. 9) ;
- Sur l'échelle du zodiaque du lieu, on repère les points T_z (fig. 8) et D_z (fig. 9).

| Axes noir et bleu | Cadran type Regiomontanus L'horomètre | Repère | L'horoscopion | Axes noir et bleu |
|--|---|--------------------------------|--|---|
| A |  | Origine |  | E |
| Coordonnées en déclinaison $T_m (R, R \tan d)$ | | Ligne rouge | | Coordonnées en latitude $D_m (R, -R \tan L)$ |
| Coordonnées en latitude $(0, R \tan L)$ | | Axe bleu | | Coordonnées en déclinaison $(0, -R \tan d)$ |
| Coordonnées en déclinaison $(-R \tan 61^\circ \tan d, R \tan 61^\circ)$ | | Ligne verte $T_z \quad D_z$ | | Coordonnées en latitude $(-R \tan 23,5^\circ \tan L, R \tan 23,5^\circ)$ |
| Pour une latitude L : T_z $(-R \tan L \tan d, R \tan L)$ | | $T_m \quad D_m$ | | Pour une déclinaison d : D_z $(-R \tan d \tan L, -R \tan d)$ |
| | Fig. 8. L'horomètre | | Fig. 9. L'horoscopion | |

Les points choisis correspondent au 22° degré du taureau à 50°N de latitude.

Soit dans un tableau :

| <i>Horomètre</i> | <i>Horoscopion</i> |
|---|---|
| -Sur l'échelle du midi, échelle en déclinaison Le point T_m a pour coordonnées : $T_m (R, R \tan d)$ | -Sur l'échelle du midi, échelle en latitude Le point D_m a pour coordonnées $D_m (R, -R \tan L)$ |
| -Sur l'échelle du zodiaque du lieu Le point T_z a pour coordonnées : $T_z (-R \tan L \tan d, R \tan L)$ | - Sur l'échelle du zodiaque du lieu Le point D_z a pour coordonnées : $D_z (-R \tan d \tan L, -R \tan d)$ |

Conséquences :

- La distance du point sur l'échelle du zodiaque du lieu à la ligne de 6 heures est $|R \tan L \tan d|$. La ligne horaire qui part de ce point donne l'heure de lever ou de coucher de l'astre.

- La distance du bras à la perle étant $D_{b,p}$, cette distance est égale à la distance $T_m T_z$ et à la distance $D_m D_z$:

$$D_{b,p} = T_m T_z = D_m D_z = R \sqrt{(1 + \tan L \tan d)^2 + (\tan L - \tan d)^2}$$

$$D_{b,p} = \frac{R}{\cos L \cos d} \sqrt{(\cos d \cos L + \sin d \sin L)^2 + (\sin L \cos d - \sin d \cos L)^2}$$

or $\cos d \cos L + \sin d \sin L = \cos(L - d)$ et $\sin L \cos d - \sin d \cos L = \sin(L - d)$

Comme $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ alors $D_{b,p} = \frac{R}{\cos L \cos d}$

On obtient bien les mêmes résultats avec l'horomètre et l'horoscopion.

Les deux instruments sont équivalents.