

# Cycle lunaire, nombre d'or et épacte

## 1.Cycle lunaire et nombre d'or

On dit que c'est Méton, astronome grec du V<sup>e</sup> siècle avant notre ère, qui définit un système mettant en évidence une période commune de 19 ans entre le Soleil et la Lune appelée cycle lunaire ou cycle de Méton. Chacun de ses nombres de 1 à 19 est appelé nombre d'or car ces nombres furent écrits par les athéniens « en lettre d'or, dans la place publique de leur ville, aussi bien que dans leur Calendrier, & que de plus ils l'envoyèrent à Rome sur une plaque d'argent en lettres d'or » (Le Cordier). Denonville le définit ainsi :

*C'est une période ou révolution de 19 années au bout desquelles les nouvelles lunes reviennent au même quantième où elles avaient commencé 19 ans auparavant.*D.6

Cette valeur n'est pas exacte :

Plus exactement, 19 ans et environ 1h 27 min 33 s 20 tierces. Ce qui produit en 312 années & demi un jour entier d'anticipation.

Le calcul du nombre d'or ne dépend que de l'année, il est donc valable pour le calendrier julien et le calendrier grégorien. Le nombre d'or commence en mars de l'année jusqu'à fin février de l'année suivante.

Calcul du nombre d'or  $n$  :

Soit  $m$  l'année,  
 $m+1 \equiv n [19] \text{ (modulo 19)}$   
Le nombre d'or  $n$  est le reste de la division de  $m+1$  par 19.  
Si  $n = 0$ , on prend  $n = 19$  comme nombre d'or.

Autrement dit par Denonville :

*Il faut ajouter un à l'année proposée de notre Seigneur et diviser la somme par 19 le restant de la division sera le nombre d'or. S'il ne reste rien, le nombre d'or sera 19.*

Exemple : Quel est le nombre d'or de 2008 ?

Le reste de 2009 par 19 est 14. Le nombre d'or de 2008 est 14

Dans le manuscrit, sont reprises différentes méthodes pour trouver le nombre d'or, rang dans le cycle lunaire. La plus simple est la lecture directe sur la volvelle « *table circulaire du nombre d'or et de l'épacte* » où figurent les années de 1748 à 1785.

Le nombre d'or sert à calculer l'épacte qui lui, est utilisé à déterminer les phases de la Lune de l'année.

Depuis 1582, date de la réforme du calendrier, l'épacte dépend aussi du siècle.

## 2.Epacte (17<sup>e</sup> au 21<sup>e</sup>)

L'année civile du Soleil est de 365,25 jours environ et celle de la Lune 354, si on compte 12 mois lunaires de 29,5 jours. Sur une année la différence est, en nombre entier, de 11 jours. Ce qui signifie qu'il y a un décalage de 11 jours par an entre le calendrier solaire et le calendrier lunaire. Si le décalage est de 11 jours une année, l'année suivante, il sera de 22, ensuite on trouverait 3, car  $33-30=3$  en comptant 30 un mois lunaire, puis de 14, etc.....

Denonville définit l'épacte :

*C'est un nombre de jours que l'année civile du Soleil surpasse celle de la Lune ou bien c'est l'âge qu'avait la Lune le dernier jour de l'année qui précède celle qu'on demande.*

Il varie de 0 à 29, 0 étant communément remplacé par  $\text{X}$ .

L'épacte<sup>1</sup> d'une année commence, comme le nombre d'or, en mars jusqu'à fin février de l'année suivante.

*Remarque d'importance: le jour en plus des années bissextiles est, chacun le sait, en février. Le décalage ou non d'un jour entre années bissextiles et non bissextiles commence donc le 1<sup>er</sup> mars. C'est pourquoi on fait commencer les décomptes du nombre d'or comme de l'épacte au 1<sup>er</sup> mars.* D.7

En 1582, il y avait un décalage de plusieurs jours entre la Lune astronomique et la Lune de comput. On le rectifia puis, pour éviter une nouvelle dérive, quelques corrections furent apportées pour calculer l'épacte qui permet de trouver l'âge de la Lune, les nouvelles et pleines lunes d'une année :

+ A chaque année séculaire non bissextile, on retranche un jour à l'épacte (métemptose).

+ Tous les 300 ans, quand arrive une année séculaire, on ajoute un à l'épacte (proemptose).

---

<sup>1</sup> Du grec *epaktai*, [jours] intercalaires.

Correction de l'épacte au passage des années séculaires des siècles qui nous intéressent :

|   |            |      |      |      |            |      |
|---|------------|------|------|------|------------|------|
| année   | 1600       | 1700 | 1800 | 1900 | 2000       | 2100 |
|   | bissextile |      |      |      | bissextile |      |
| métemptose  |            | - 1  | - 1  | - 1  |            | - 1  |
| proemptose  |            |      | + 1  |      |            | +1   |
| Décalage de l'épacte par rapport à celui de 1582. | 0          | - 1  |      | - 2  |            |      |

Denonville définit le calcul pour trouver l'épacte à partir du nombre d'or puis énonce la règle à observer à travers les siècles passés et à venir :

*Comment trouver l'épacte d'une année ?*

*On multiplie le nombre d'or de l'année par 11 et du produit, on ôte 11, si l'année est dans les siècles de 1700 et 1800, c'est-à-dire, suivant l'usage ordinaire de compter les siècles, si elle est entre 1700 et 1899. Le restant étant divisé par 30, ce qui restera de la division sera l'épacte demandée et s'il ne reste rien de la division, l'épacte alors sera de 30 ou de 0.*

*Faut-il toujours ôter 11 du produit de la multiplication du nombre d'or par 11 ?*

*Non, dans les siècles de 1600, on n'ôtait que 10. Dans les siècles 1700 et 1800, il faut ôter 11, comme il a été dit, après 1900, 2000, 2100 on ôtera 12.*

*Ce qui vient de la réforme du calendrier qui se fit en l'an 1582. D.7*

Avec les notations modernes, les formules du comput grégorien pour calculer l'épacte  $e$  s'écrivent :

| siècle   | Epacte   |
|--|--|
| De l'application de la réforme au 17 <sup>e</sup> s. | $n \times 11 - 10 \equiv e [30]$ , $e$ est le reste de la division de $11n - 10$ par 30  |
| De 1700 à 1899                                       | $n \times 11 - 11 \equiv e [30]$ , $e$ est le reste de la division de $11(n - 1)$ par 30 |
| Depuis 1900 jusqu'à 2199.                            | $n \times 11 - 12 \equiv e [30]$ , $e$ est le reste de la division de $11n - 12$ par 30  |

$n$  est le nombre d'or de l'année.

Exemples :

Quelle est l'épacte en 2008 ? (le nombre d'or  $n=14$ )

Le reste de la division de  $14 \times 11 - 12$  par 30 donne l'épacte de 2008 qui est 22

Sur la volvelle « *table circulaire du nombre d'or et de l'épacte* », on lit l'épacte directement de 1748 à 1785. En cliquant sur le document « *volvelle nombre d'or et épacte* » (<http://assprouen.free.fr/>), les autres méthodes proposées par Denonville sont reprises.

### Méthode avec le pouce pour trouver l'épacte, le nombre d'or étant connu :

*Il n'y a qu'à compter le nombre d'or successivement sur le pouce en commençant le compte à la racine, et observer d'ôter un à l'épacte quand le compte du nombre d'or s'y rencontrera, d'ajouter 9 quand il tombera sur la jointure et d'ajouter 19 quand il tombera au bout. Si la somme est moins que 30 ce sera l'Epacte, mais si elle est plus que 30, l'excès de ce nombre sera l'épacte demandée. D.7*



Cela revient à un problème d'arithmétique :

$$n \times 11 - 11 \equiv e [30]$$

$$n \times 10 + n - 10 - 1 \equiv e [30]$$

$$n + 10(n - 1) - 1 \equiv e [30]$$

$$\text{si } n = 3p + 1 \quad 3p + 1 + 10(3p) - 1 \equiv e [30]$$

$$\text{d'où } n - 1 \equiv e [30]$$

$$\text{si } n = 3p + 2 \quad 3p + 2 + 10(3p + 1) - 1 \equiv e [30]$$

$$\text{d'où } n + 9 \equiv e [30]$$

$$\text{si } n = 3p \quad 3p + 10(3p - 1) - 1 \equiv e [30]$$

$$\text{d'où } n - 11 \equiv e [30] \text{ ou } n + 19 \equiv e [30]$$

### **3. conclusion :**

Le comput grégorien utilise l'épacte pour les calculs des dates des nouvelles lunes. Ce sont ces calculs qu'on retrouve dans les traités de navigation du XVIII<sup>e</sup>. En plus de leur simplicité, ils gardent un intérêt historique.

Les résultats comparés aux réelles mesures précises obtenues avec des calculs complexes montrent leur limite.

Actuellement, les Éphémérides astronomiques de l'annuaire du Bureau des longitudes sont publiées chaque année.

Laissons parler Marguet sur l'approximation de ces nombres et l'imprécision des méthodes pour les déterminer :

« Depuis Medina et Cortes d'ailleurs, on déterminait grossièrement les heures des pleines mers en ajoutant l'établissement ou « situation », à l'heure du passage à la Lune au méridien et on cherchait cette dernière au moyen de l'âge de la Lune et des épactes. Les résultats devaient être singulièrement erronés à cause des inégalités lunaires et parce que jusqu'à Pierre Bouguer, en 1753, on se servait de l'épacte vulgaire qui augmente de 11 jours par an et non de l'épacte astronomique qui n'augmente que de 10 jours 15 heures 10 minutes. »