

Cycle solaire, lettre dominicale et lettre fériale

D.17

1. Définitions et précisions

Pour étudier le vagabondage des jours de la semaine d'une année sur l'autre, quelques notions ont été définies : cycle solaire, lettres fériales et lettres dominicales. Elles sont ici exposées.

Les sept jours de la semaine

Le principe est simple : à partir du 1^{er} janvier, on fait correspondre une lettre de l'alphabet de A à G à chaque jour de l'année, en recommençant la série des 7 lettres. Ainsi à chaque jour de la semaine est attribuée une lettre. Par convention, A qui est la **lettre fériale** de janvier, correspond au jour de la semaine le 1^{er} janvier.

En 1766, le 1^{er} janvier est un mercredi, la lettre A est donc liée au mercredi. Le début du calendrier est représenté dans le tableau (1) :

janvier	1	2	3	4	5	6	7
lettre	A	B	C	D	E	F	G
Jour	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche	lundi	mardi

janvier	8	9	10
lettre	A	B	C
Jour	mercredi	jeudi	vendredi

La **lettre dominicale**, lettre correspondant au dimanche et en particulier au premier dimanche de l'année, est E.

Jour de la semaine et mois

Le mois de janvier a 31 jours et comme $31 = 7 \times 4 + 3$, la lettre correspondant au 1^{er} février se décale de 3 donc la lettre fériale de février est la lettre D. Le 1^{er} février 1766 est un samedi.

Et pour mars ? Pour les années non bissextiles, comme 1766, le mois de février ayant 28 jours ($28 = 7 \times 4$), la lettre fériale de mars est encore D et le 1^{er} mars 1766 est aussi un samedi.

On obtient les **douze lettres fériales des mois** d'une année : A-D-D-G-B-E-G-C-F-A-D-F.

Jour de la semaine et année

-En 1767, la lettre A est liée au jeudi :

Comme l'année 1766 est non bissextile, elle est composée de 52 semaines de 7 jours plus un jour car $365 = 7 \times 52 + 1$.

En 1767, il y a un décalage d'un jour. La lettre A correspond au jeudi et donc, le 1^{er} janvier 1767 est un jeudi, la lettre dominicale est D. La ligne « jour » du tableau (1) doit être permuté d'un rang.

-En 1768, la lettre A est liée au vendredi jusqu'à fin février, puis au samedi à partir de mars :

Comme l'année 1767 a 52 semaines et un jour,

le 1^{er} janvier 1768 est un vendredi et la lettre dominicale est en ce début d'année C. Une première permutation s'impose dans le tableau (1). De plus, comme 1768 est une année bissextile, le mois de février a 29 jours et $29 = 7 \times 4 + 1$. Ce jour supplémentaire provoque en cours d'année une deuxième permutation dans le tableau pour garder les mêmes lettres fériales tout au long de l'année. Ainsi, à partir de mars, la lettre A correspond au samedi ; la lettre dominicale devient B. La lettre fériale de mars, qui est D, est un mardi.

L'année bissextile 1768 a deux lettres dominicales CB, la première valable jusqu'au 29 février, la deuxième à partir du 1^{er} mars.

-En 1769, le dimanche est lié à la lettre A :

Le jour supplémentaire de l'année bissextile 1768 est pris en compte à partir de mars, donc en 1769, il suffit de décaler d'un jour comme pour une année commune, et la lettre A correspond alors au dimanche. Le 1^{er} janvier 1769 est un dimanche et donc la lettre fériale de janvier est la lettre dominicale.

Tableau représentant dimanche, jour du Soleil et d'Apollon, du semainier du Gros Horloge à Rouen



Sur plusieurs années consécutives d'un même siècle

Plus généralement, pour un jour donné, la lettre qui lui correspond est décalée d'un rang chaque année commune et de deux rangs chaque année bissextile. En commençant par 1766 et en prenant la (ou les) lettres dominicales de l'année, on obtient :

E D CB A G F ED C B A GF E D C BA G F E DC B A G FE D C B AG F E D CB.....

Il faut donc 28 ans ($=7 \times 4$) pour retrouver le même calendrier. Ces 28 ans forment le **cycle solaire**.

Chaque année du cycle correspond à un numéro de 1 à 28, appelé **cycle solaire de l'année**.

Le cycle solaire est une révolution de 28 ans en 28 ans, laquelle étant achevée, revient à l'unité parce qu'après 28 années, les lettres dominicales reviennent au même ordre qu'auparavant. Comme en 1735, la lettre dominicale était un B, en 1763 qui sont 28 ans après, la lettre dominicale sera aussi un B et ces années commenceront aussi par le même jour de la semaine

A quoi sert le cycle solaire ?

Il sert à trouver la lettre dominicale, c'est à dire celle qui représente le dimanche tout le temps d'une année. D.17

2. Calcul du cycle solaire S

Comment trouve-t-on le cycle solaire d'une année ?

On le trouve en ajoutant 9 aux années de notre Seigneur, c'est à dire, qu'on suppose qu'en l'année de l'incarnation de notre Seigneur J.C., il y avait 9 de cycle solaire. On divise la somme par 28, le quotient de la division fera connaître les révolutions qui se seront écoulées depuis J.C. D.17

Formule :

Le cycle solaire S d'une année m est le reste de la division de $m+9$ par 28 :
 $m+9 \equiv S [28]$ ($m+9$ est congru à S modulo 28)
 Si $S = 0$, on prend $S = 28$ de cycle solaire

On peut en déduire deux choses :

Le cycle solaire est indépendant des calendriers julien et grégorien. Il ne dépend que de l'année.

Le cycle solaire pour les années bissextiles est de la forme $4p+1$, car $m+8$ est multiple de 4. S est alors égal à 1, 5, 9, 13, 17, 21 ou 25

Ne savez-vous pas de méthode plus aisée de trouver le cycle solaire ?

Retranchez les mille et les cents de l'année proposée ajouter 1 aux années restantes et vous aurez le cycle solaire si le nombre est en dessous de 28 ans mais si elle est au dessus de 28 ans, 56 ou 84 retranchez un de ces 3 nombres et ce qui restera sera le cycle solaire, s'il ne reste rien, le cycle solaire sera 28. Ainsi par exemple en 1747, ajoutons 1 à 47, on a 48 en ôtant 28, il reste 20 pour le cycle solaire. D.17

$$m + 9 \equiv S [28] \quad (1)$$

si $1700 \leq m < 1799$ le nombre de centaines est : $c = 17$ et $m = 100 \times c + u$

$$(1) \text{ est équivalent à : } (100 \times 17 + 9) + u \equiv S [28]$$

Comme 1 est le cycle solaire de 1700,

$$u + 1 \equiv S [28] \text{ qui est une écriture moderne du texte de Denoville.}$$

On peut utiliser cette méthode pour un autre siècle en calculant auparavant le cycle solaire de 1800, 1900, etc.

3. Tableaux des cycles solaires selon les siècles et applications

Tableau de correspondance cycle solaire /lettre dominicale jusqu'en 1582 :

LETTRE DOMINICALE				CYCLE SOLAIRE			
<i>G(F)</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	1	2	3	4
<i>B(A)</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	<i>E</i>	5	6	7	8
<i>D(C)</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	9	10	11	12
<i>F(E)</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	13	14	15	16
<i>A(G)</i>	<i>F</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	17	18	19	20
<i>C(B)</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	21	22	23	24
<i>E(D)</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	25	26	27	28

Tableau de correspondance cycle solaire /lettre dominicale pour les années séculaires de 1000 à la réforme du calendrier grégorien :

année	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1582
<i>S</i>	1	17	5	21	9	25	23
L.D.	<i>G(F)</i>	<i>A(G)</i>	<i>B(A)</i>	<i>C(B)</i>	<i>D(C)</i>	<i>E(D)</i>	<i>F(E)</i>

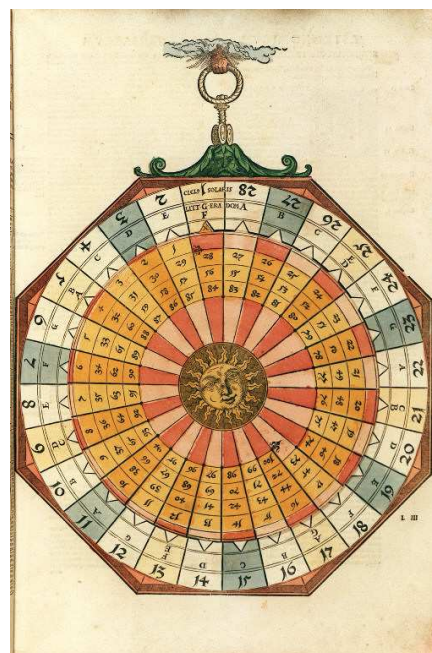
Comme $100 = 28 \times 3 + 16$, à chaque centaine on ajoute 16 (ou on retranche 12) modulo 28 à *S*. Jusqu'à la réforme du calendrier en 1582, la correspondance était immuable, pensait-on.

de 7000 avant J.-C. à 7000 après

La volvelle de l'*Astronomie des Césars* d'Apian est réglée pour l'an 1000, 1000 a pour cycle solaire 1 et pour lettre dominicale *G(F)*. On peut ainsi connaître la lettre dominicale pour toutes les années de 1000 à 1100.

Il suffit de prendre le nombre formé des dizaines et des unités de l'année dans la spirale au centre et la colonne renvoie au cycle solaire et à la (ou les) lettre(s) dominicale(s) de l'année. L'an 1100 a pour cycle solaire 17 et pour lettre dominicale *A(G)*. En réglant le disque mobile sur 17 (mettre la dent avec la croix précédent 1 en face de 17), le cycle solaire et la (ou les) lettre(s) dominicale(s) sont donnés de 1100 à 1200. On peut procéder ainsi pour les autres siècles ou lire directement le cycle solaire des années séculaires donné dans un tableau, à la page précédente, de 7000 avant J.-C. à 7000 après !

Par exemple, pour 1400 régler la dent *x* précédent 1 sur 9, cycle solaire de 1400. On obtient bien *D(C)* de lettre dominicale. Sur la volvelle proposée par Apian, la lettre dominicale est liée au cycle, ce qui n'est plus vrai depuis 1582.



Astronomie des Césars, Pierre Apian, 1540

Depuis les années séculaires non bissextiles créent un décalage et la correspondance est valable au plus sur 2 siècles.

En 1582, de cycle solaire 23, on est passé directement du dimanche 9 décembre au lundi 20 décembre en France, avec la réforme du calendrier grégorien. Pas de décalage de jours pour une différence de durée de 10 jours.

En 1583 de cycle solaire 24 et de lettre dominicale *F*, en gardant le même calcul, le premier dimanche devait tomber le 6 janvier, alors que c'est le 2 janvier qui fut un dimanche. Cette année-là, la lettre dominicale *F* devint *B* !

Comme 1600, de cycle solaire 13, est une année bissextile (donc pas de problème !), le tableau de correspondance cycle solaire /lettre dominicale devient **de 1583 à 1699** :

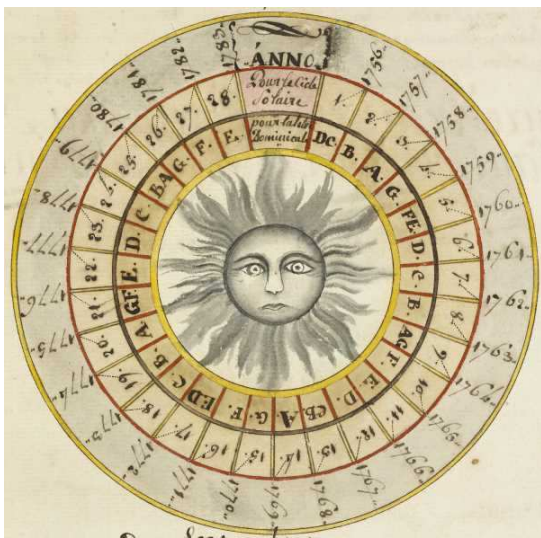
LETTRE DOMINICALE				CYCLE SOLAIRE			
<i>C(B)</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	1	2	3	4
<i>E(D)</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	5	6	7	8
<i>G(F)</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	9	10	11	12
<i>B(A)</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	<i>E</i>	13	14	15	16
<i>D(C)</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	17	18	19	20
<i>F(E)</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	21	22	23	24
<i>A(G)</i>	<i>F</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	25	26	27	28

L'année 1700, de cycle solaire 1, est la première année séculaire non bissextile. La lettre dominicale, qui est *C*, est donc unique (année de 365 jours) Il y a un décalage de 1 jour, le tableau voit toutes ses lettres décalées de un rang. Alors on obtient de **1700 à 1799**, le tableau suivant :

LETTRE DOMINICALE				CYCLE SOLAIRE			
<i>D(C)</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	1	2	3	4
<i>F(E)</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	5	6	7	8
<i>A(G)</i>	<i>F</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	9	10	11	12
<i>C(B)</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	13	14	15	16
<i>E(D)</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	17	18	19	20
<i>G(F)</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	21	22	23	24
<i>B(A)</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	<i>E</i>	25	26	27	28

L'année 1700 a une seule lettre dominicale, mais 1728, 1756, 1784 sont bissextiles et en possède deux, *D* et *C*
 Ce tableau correspond à la main dessinée par Denoville qui illustre une méthode pour obtenir la lettre dominicale d'une année.

Volvelle du cycle solaire et des lettres dominicales pour les années de 1756 à 1783



D.17:

Le cycle solaire et les lettres dominicales se lisent directement sur cette volvelle.

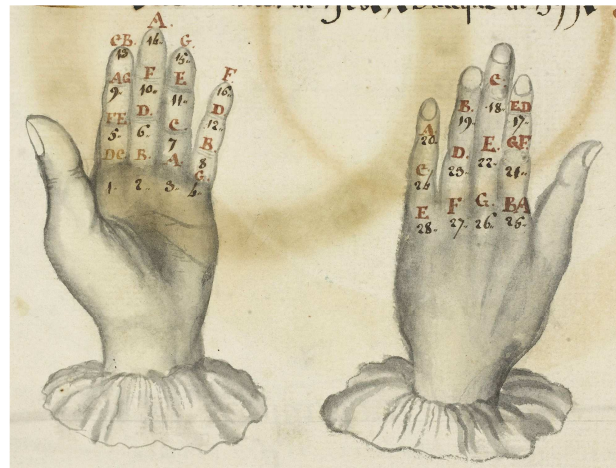
Par exemple : quelle est la lettre dominicale de 1765 ?
 Le cycle solaire peut être lu ou calculé. Il est de 10.
 On repère sur la main où est la jointure correspondant à 10. Puis en procédant comme ci-dessus, en récitant les mots latins, on trouve pour un cycle de 10, la lettre dominicale *F*.

Lettres dominicales avec les doigts de la main

De façon très pratique, Denoville remplace le tableau et les 4 colonnes par les quatre doigts (sans le pouce) de la main gauche. Les 28 positions sont les racines, les jointures et les bouts des 4 doigts utilisés d'abord à l'intérieur de la main ($4 \times 4 = 16$) puis, à l'extérieur sans les bouts de doigts ($4 \times 3 = 12$).

En commençant par *DC*, lettres dominicales correspondant au cycle solaire 1, sur la racine intérieure de l'index, on dit les lettres à rebours (*D, C, B, A, G, F, E, D, ...*) en prenant 2 lettres successives sur l'index. Denoville propose de réciter jusqu'à la position du cycle solaire, les mots latins suivants : *Dei, Coelum, Bonus, Accipe, Gratis, Filius, Esto, Dei, ...*

D.18



Avec le même procédé, on établit le tableau de correspondance cycle solaire /lettre dominicale de **1800** (cycle solaire 17) à **1899** :

LETTRE DOMINICALE				CYCLE SOLAIRE			
<i>E(D)</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	1	2	3	4
<i>G(F)</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	5	6	7	8
<i>B(A)</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	<i>E</i>	9	10	11	12
<i>D(C)</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	13	14	15	16
<i>F(E)</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	17	18	19	20
<i>A(G)</i>	<i>F</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	21	22	23	24
<i>C(B)</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	25	26	27	28

Des exemples illustrent ce propos dans « Volvelles des lettres fériales et du premier jour du mois ». Reprenons l'exemple 4 p 21 de Denoville qui comporte d'ailleurs une erreur (fait rare dans le manuscrit !) :



Exemple 4 :

Je demande en quel jour de la semaine entrera le mois d'avril de l'an 1842.

Année.....	1842	Le cycle solaire est.....	3
Ajoutez.....	9	La lettre dominicale est.....	C
Produit.....	1851	La lettre fériale est.....	G
On divise par 28		Et le mois entrera par un	jeudi

Remarque :

Vous voyez par cet exemple que pour avoir la lettre dominicale en ce siècle, il ne faut pas commencer à compter par Coelum, ou Dei Coelum, mais qu'il faut commencer sur le doigt Index par Filius Esto. Remarquer que tous les 2 mots sont sur l'index puis continuer sur les autres doigts en disant Dey et sur l'autre doigt Coelum Ce qui vous montrera que la lettre dominicale est un C puis qu'il finit à Coelum

Il semble, en reprenant Filius Esto, que Denoville fait une confusion entre début du siècle et début du cycle solaire. En 1700, de cycle solaire 1, le siècle commençait comme le cycle solaire sur la racine du doigt index ce qui explique cette confusion. En 1800, année non bissextile, le cycle solaire est 17 et c'est face à ce nombre que l'on doit prendre E comme lettre dominicale. La lettre dominicale de 1842 est B et comme la lettre fériale d'avril est G, on entrera dans le mois par un vendredi.

Comme 2000 (de cycle solaire 21) est une année séculaire bissextile, le tableau de correspondance cycle solaire /lettre dominicale est valable **de 1900** (de cycle solaire 5) **à 2099** :

LETTRE DOMINICALE				CYCLE SOLAIRE			
F(E)	D	C	B	1	2	3	4
A(G)	F	E	D	5	6	7	8
C(B)	A	G	F	9	10	11	12
E(D)	C	B	A	13	14	15	16
G(F)	E	D	C	17	18	19	20
B(A)	G	F	E	21	22	23	24
D(C)	B	A	G	25	26	27	28

Exemple :

Trouver le cycle solaire, la (ou les) lettres dominicales de l'année 2012, puis la lettre fériale et le jour de la semaine correspondant à chaque mois :

- En 2012, le cycle solaire est 5 (car 21+12=33 et 33-28=5) donc la lettre dominicale est A(G)
- Le premier dimanche de l'année est le 1^{er} janvier (lettre A)
- En janvier et en février la lettre A est un dimanche, la lettre fériale A de janvier est un dimanche.
- En février la lettre fériale D est un mercredi.
- A partir de mars, c'est la lettre G qui est liée au dimanche et donc A est un lundi.
- On peut résumer dans le tableau :

MOIS	Janv.	Fev.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
L. Fé.	A	D	D	G	B	E	G	C	F	A	D	F
JOUR	Dim	Merc	Jeudi.	Dim	Mardi	Vend.	Dim	Merc	Sam	Lun	Jeudi	Sam