

## PETITE HISTOIRE DU REPÉRAGE EN HAUTE MER

Xavier Lefort

IREM des Pays de la Loire

Atelier du 21<sup>e</sup> colloque inter-IREM d'épistémologie et histoire des mathématiques ayant pour thème Les mathématiques et le réel : expériences, instruments, investigations. Le Mans, 30 mai 2015

Cet atelier avait pour but de présenter quelques étapes de l'histoire des moyens utilisés pour se repérer en haute mer. Il s'agissait d'étudier quelques textes, la plupart en français, utilisant des techniques propres à illustrer l'emploi concret de concepts mathématiques. Quatre étapes étaient proposées : Pierre de Médine (*L'Art de naviguer*, 1569), Simon Stevin (*De l'Histiodromie*, 1634), Etienne Bézout (*Cours de navigation*, 1781), Thomas Sumner (*Finding a ship's position at sea*, 1851).

En haute mer, les seuls repères possibles se trouvent dans le ciel, soleil, lune, étoiles et les méthodes pour les utiliser vont s'avérer de plus en plus complexes au fur et à mesure des siècles.

### L'astrolabe, la boussole, la latitude, la longitude

La navigation hauturière a été sans doute pratiquée depuis longtemps, mais il reste peu de traces des moyens mis en œuvre pour se situer quand la navigation se fait hors de vue des côtes. Il faut attendre le XV<sup>e</sup> siècle pour avoir des textes qui nous soient parvenus.

Le repérage, "faire le point", utilise donc le soleil, la lune et les étoiles. Leurs mouvements ont été étudiés depuis très longtemps, la périodicité des phénomènes analysée et même modélisée : le système géocentrique de Ptolémée, savant grec (Alexandrie) du deuxième siècle est resté le modèle officiel jusqu'à Copernic et Galilée, et demeure aujourd'hui encore celui utilisé en navigation. Il faut noter que l'ouvrage de Ptolémée, l'Almageste n'a été "redécouvert" qu'au XIII<sup>e</sup> siècle par une copie arrivée de Constantinople en Italie et par les Arabes...

Pour étudier et mesurer le mouvement stellaire, l'appareil utilisé a été l'astrolabe. Il semble exister déjà dans la civilisation grecque, transmis et perfectionné par le monde arabo-islamique, mais n'a été utilisé que tardivement en navigation, de façon simplifiée.

Par ailleurs, la boussole est apparue vers 1100 en Chine, puis en Europe. Le compas, version moderne de la boussole, est plus tardif, et nécessite aujourd'hui un réglage, une "compensation" vu la métallisation des navires actuels ; il est maintenant compas gyroscopique. Par ailleurs, la "rose des vents" qui gradue le compas, utilise une graduation non pas en degrés, mais en directions, "Rumbs", obtenue par dichotomies à partir des quatre points cardinaux : nord, nord-nord-est, nord-est...

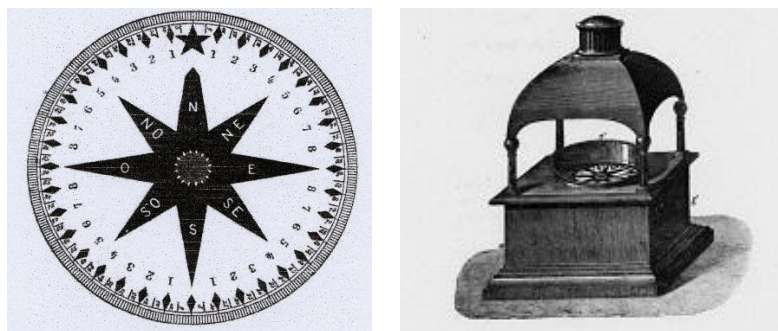


Fig. 1 Rose des vents, Cours de navigation de Dubois (1857). Compas de route.

Cependant l'utilisation seule du compas n'est pas la meilleure solution pour aller d'un point A à un point B ; la route à "cap constant" est le meilleur moyen de ne pas arriver à destination (voir Fig. 2). La trajectoire

obtenue est, dans ce cas, une loxodromie, alors qu'il aurait fallu suivre une orthodromie, section de grand cercle (voir figure 2). Cette remarque se trouve dès le XVI<sup>ème</sup> siècle chez le portugais Pedro Nunes (1502-1578).

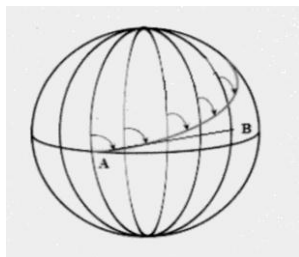


Fig. 2 loxodromie

Le repérage sur la terre demande la définition d'un système de coordonnées, bien sûr celui de la latitude et de la longitude (Fig. 3). Si l'origine des latitudes va de soi, l'équateur, celle des longitudes a longtemps posé nombre de problèmes quant à sa définition. De plus son origine, c'est-à-dire le choix du méridien d'origine a été source de conflits. L'adoption du méridien de Greenwich pour origine commune ne date que de 1884.

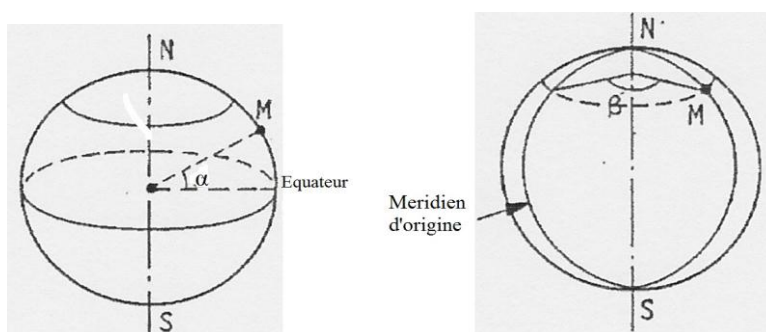


Fig. 3 latitude et longitude

Il faut aussi définir le repérage céleste : coordonnées d'un astre, surtout la hauteur angulaire au-dessus de l'horizon. Celle-ci permet, par exemple en utilisant l'étoile polaire, ou toute autre étoile, voire le soleil à sa culmination, de déterminer la latitude. En effet, si la déclinaison de l'étoile est connue (table) au jour donné, la mesure de la hauteur donne quasi-immédiatement la latitude (Fig. 4).

On obtient :

$$\text{Latitude} = 90^\circ - \text{hauteur} + \text{déclinaison}.$$

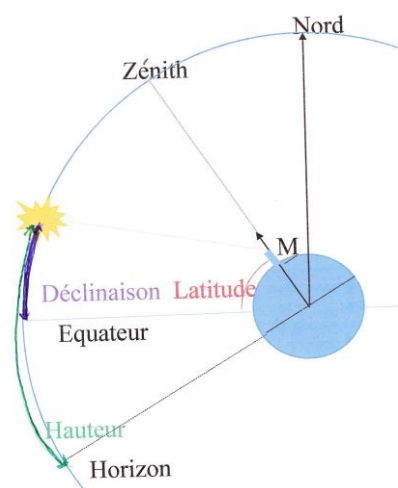


Fig. 4 La latitude par le soleil, connaissant la déclinaison

Les premières tables utilisées ont été les tables alphonsines du XIII<sup>ème</sup> siècle (Alphonse X, roi d'Espagne), imprimées dès la fin du 15<sup>ème</sup> siècle.

En ce qui concerne la longitude, elle est proportionnelle à la différence d'heure entre la position de l'observateur et celle du lieu de référence. Il faut rappeler que : 1 heure = 15° = 1650 km à l'équateur. Pour bien la déterminer, il faudrait donc connaître simultanément les deux heures... Connaître l'heure locale peut se faire par l'observation du moment où le soleil est au plus haut : il est midi (au soleil !), mais il faut la conserver par un moyen sûr !

L'idée générale est donc de connaître l'heure où se produit un phénomène astronomique vu d'un lieu de référence et de noter l'heure locale où on observe le même phénomène. Il existait donc à la fin du XV<sup>ème</sup> siècle des tables donnant le premier renseignement. La différence des heures multipliée par 15 donne la différence de longitude. Il faut donc savoir en permanence l'heure du lieu de référence, mais la conserver a été longtemps utopique non seulement à bord d'un navire soumis au mouvement de la navigation, mais aussi considérant les moyens utilisés pour décompter le temps.

Cependant, il a toujours été indispensable de se situer précisément !

D'autant que le traité de Tordesillas (1494) entre l'Espagne et le Portugal devait partager le monde en deux zones d'influences de part et d'autre d'un méridien passant au large des Açores à l'est pour le Portugal, à l'ouest pour l'Espagne.

### Les grands découvreurs, le XVI<sup>e</sup> siècle

Christophe Colomb, voyageait à latitude constante ou presque (1492), mais ignorait les distances réelles de la dimension de la terre et la localisation (longitude) de l'Extrême Orient. Vespucci (1454-1512), contemporain de Colomb, a pour nous l'avantage d'avoir décrit en détail ses voyages (de 1497 à 1504), trop peut-être, puisqu'il a pu être considéré comme un charlatan. En particulier, une des lettres qui est parvenue jusqu'à nous explique comment il pouvait déterminer latitude (par la polaire) et longitude (par les "distances lunaires", voir plus loin). Malheureusement les coordonnées qu'il donne des endroits où il aurait débarqué sont manifestement fausses... Il n'en demeure pas moins qu'il a été le premier à estimer que les terres découvertes n'étaient pas simplement des îles (comme le pensait Colomb) mais un vrai continent. Ce qui fait qu'un imprimeur de l'époque (de Saint Dié !) s'est cru permis en publiant une édition de l'Almageste de Ptolémée de nommer le nouveau continent "America", ce qui est resté...

Un contemporain de Christophe Colomb, Pierre de Médine (1493-1567) est l'auteur d'un des premiers traités de navigation européen *Ars de Navigar* (1545) traduit ensuite dans toutes les langues européennes, en particulier en français : *l'Art de naviguer* (1569).

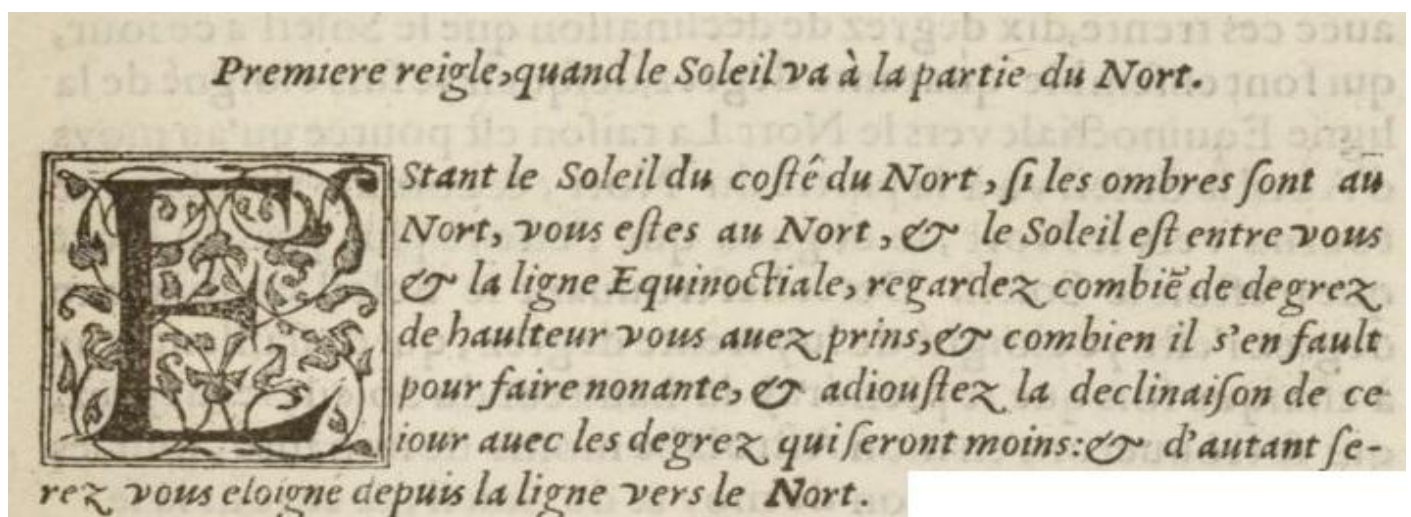


Fig. 5 Texte de Pierre de Médine page 97

Exemple : « le sixième (jour) d'avril, prenant la hauteur du soleil, l'ombre me vient à tomber au Nord et trouve le soleil en soixante degrés de l'astrolabe ... (avec) dix degrés de déclinaison que le soleil à ce jour ... » (page 98). Quelle est la latitude ? (Solution à la fin de l'article).

Quant aux instruments utilisés, s'agissant de mesurer des angles, les navigateurs de cette époque utilisaient par exemple l'arbalestrille ou bâton de Jacob.

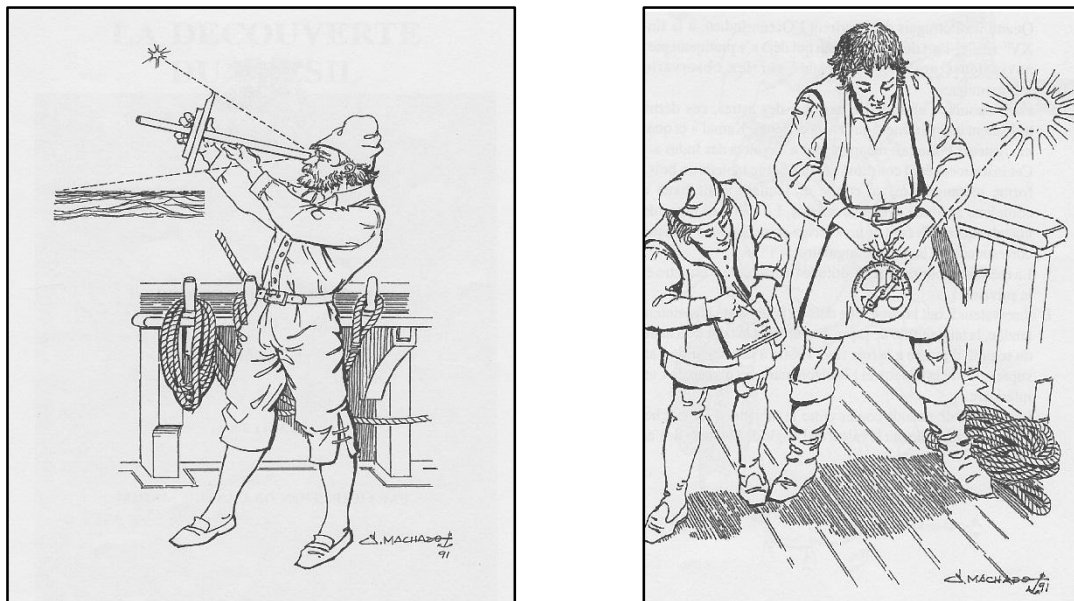


Fig. 6 Utilisation de l'arbalestrille et de l'astrolabe

Mais l'utilisation de l'arbalestrille a toujours posé un problème de précision et présentait un sérieux danger pour les yeux. L'astrolabe marin était utilisé sous l'aspect mesure d'angle, en étant moins dangereux et un peu plus précis.

Pour mesurer la vitesse du navire, on utilisait un système appelé "loch". Longtemps, il s'agissait de mettre à l'eau un triangle de bois, retenu par un cordage gradué par des nœuds et que les marins laissaient filer. Evidemment, il n'était pas possible de tenir compte du courant !

La mesure se comptait donc en nœuds, et le nœud vaut aujourd'hui un mille par heure soit 1852 mètres par heure, puisque le mille marin, dont la mesure a quelque peu fluctué vaut une minute de méridien soit 1,852 km, alors que le mile terrestre vaut 1,609 km.



Fig. 7 Le loch (photo association « La Méridienne »)

Tant que la navigation restait côtière, les cartes avaient surtout pour but de donner aux pilotes suffisamment de renseignements pour se situer et éviter les dangers du rivage. Cette nécessité a donné naissance à de nombreuses cartes, sans doute sans fondement scientifique, mais utiles et décoratives : les "Portulans". Mais



pour se situer au large et tracer une route, il fallait des cartes (planes !) conçues pour que les angles soient conservés. Gerard Kremer, dit Mercator, (1512-1594) proposa le premier en 1569 une projection cylindrique qui porte son nom.

Celle-ci, aussi appelée “aux latitudes croissantes”, est telle que les méridiens deviennent parallèles entre eux. Elle est dite “conforme”, conservant donc les angles, mais non les distances. Mais au XVI<sup>e</sup> siècle, les voyages se comptaient plus en jours de mer qu’en distances ...

S’il s’agissait de naviguer en ligne droite, quitte à corriger ensuite en modifiant son cap, la navigation se faisait, et se fait toujours, “à l’estime”. La mesure de la distance parcourue, et celle de la différence de latitude entre départ et arrivée donnent par calcul la différence de longitude, en distances sur le parallèle, qu’il reste à transformer en degrés, minutes, secondes suivant la latitude (tables...).

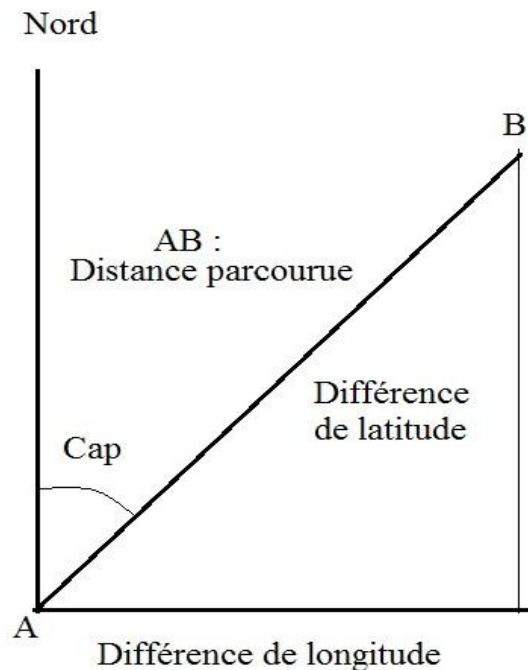


Fig. 8 Navigation à l’estime

Cependant, ceci présente quelques dangers, au point que les anglais, de sa définition en “deduced reckoning”, l’ont nommée “dead reckoning”.

### Le XVII<sup>e</sup> siècle, le problème de la longitude

Simon Stevin (1548-1620), plus savant que navigateur, est l’auteur d’un ouvrage concernant la navigation (1608 : *Géographie*, quatrième livre : *De l’Histiodromie*) où apparaît la première fois un triangle sphérique, qui sera plus tard le fondement du calcul de repérage. Le texte propose un certain nombre d’exercices résolus, comme celui de la proposition XI (page 23) :

« Connaisant le romb de deux points, et la distance, aussi la latitude de l’un : trouver la latitude de l’autre. Le donné : soit donné le quatrième romb ; et la latitude du point occidental et la moindre 5deg59, et la distance 32deg8.

Le requis : il faut trouver la latitude ».

Un schéma accompagne ce texte... et mentionne les solutions !

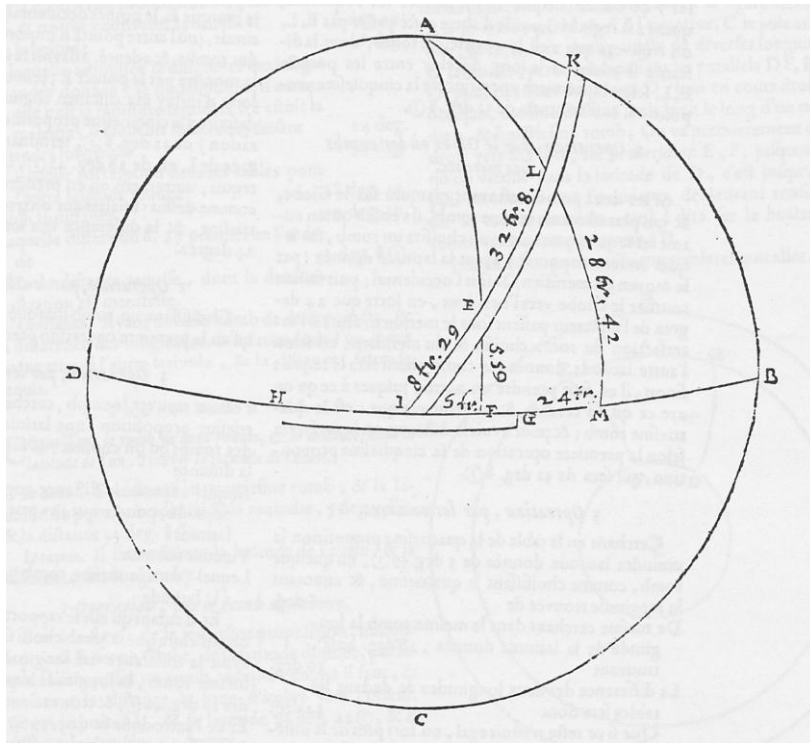


Fig. 9 Schéma proposé par Stevin

La résolution du problème nécessite l'utilisation de tables que Stevin ajoute à son ouvrage. Le quatrième rumb est la quatrième direction à partir du nord (entre NNE et NE). Pour  $5^{\circ}59'$  de latitude, la table donne  $8^{\circ}29'$  et  $6^{\circ}$  de distance et pour  $40^{\circ}37'$  de distance, la table donne  $28^{\circ}42'$  de latitude (solution à la fin de l'article). Il faut remarquer que Stevin compte les distances en longueur d'arcs, soit en degrés...

Durant ce siècle, divers auteurs introduisirent le "Quartier de réduction" (Fig. 10). Cette feuille de papier permettait de tracer la route suivie, au moins en théorie, en navigation à l'estime. Attention, comme déjà vu, suivant la latitude, les degrés de longitude ne représentent pas les mêmes distances !

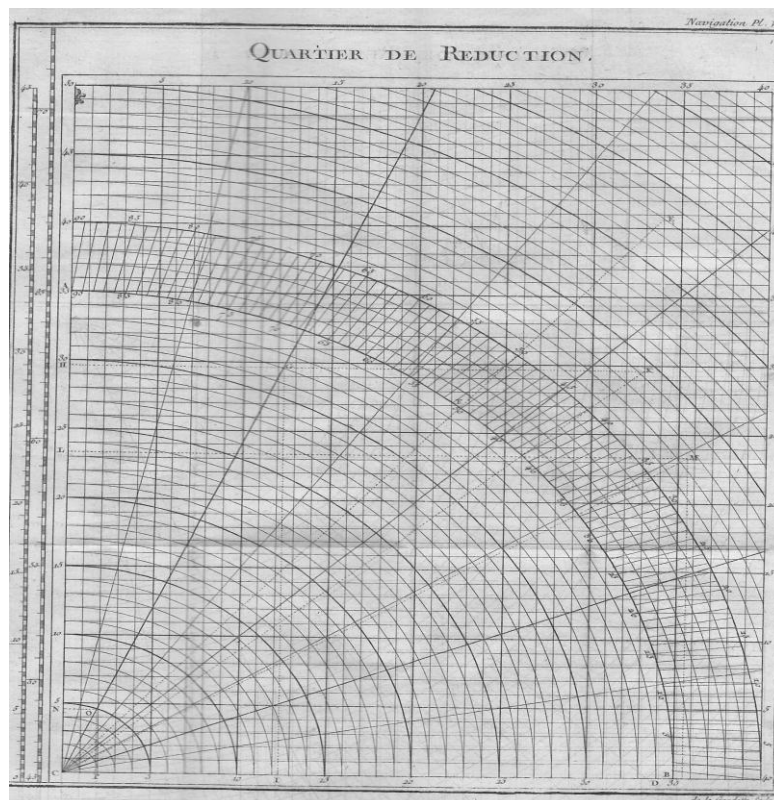


Fig. 10 Quartier de réduction, Bézout planche VI

Par ailleurs, comment calculer directement la longitude et à partir d'où la compter ? Dès 1610, Philippe II, roi d'Espagne offrait un prix pour la détermination des longitudes. Déjà, au siècle précédent, l'approximation dans la détermination des longitudes fut une des causes de la catastrophe de "l'Invincible Armada" envoyée par Philippe II pour envahir l'Angleterre.

Si la latitude pouvait être estimée avec suffisamment de précision et sans posséder un grand savoir, ce n'était donc pas le cas de la longitude.

L'idée générale était donc, et reste, de tabuler les heures où se produit un phénomène astronomique vu du lieu de référence et de noter l'heure locale où on observe le même phénomène du lieu dont on veut déterminer la longitude. Régulièrement, des éphémérides ont été publiées par des astronomes (astrologues), tels Tycho Brahé, Kepler...

Ont été proposées l'observation des éclipses de lune ou de soleil (mais c'est rare !), la mesure des distances (angulaires, mais c'est délicat !) entre les deux... Pour les astronomes, la solution était connue depuis longtemps : utiliser les distances angulaires entre la lune et différentes étoiles et planètes lors de la trajectoire de notre satellite.

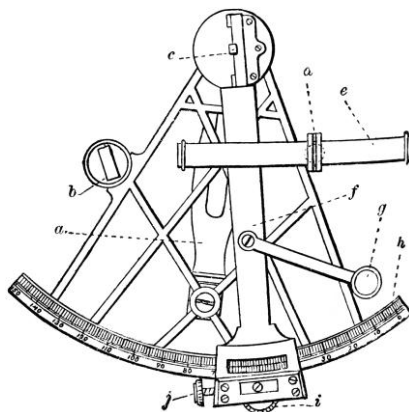
Par ailleurs, Galilée, à la suite de ses observations proposait d'utiliser les lunes de Jupiter, leur alignement, ou leur passage derrière la planète, ce qui permettait, par lecture de tables de connaître l'heure du méridien d'origine. Il n'eut pas de succès, vu la difficulté pour les marins d'observer ces phénomènes.

### **Le XVIII<sup>e</sup>, siècle des instruments**

Le 22 octobre 1707, l'amiral anglais, Sir Cloudisley Shovell, perdit 4 navires sur 5 (2000 morts ou disparus) par échouage aux Scilly, suite à une erreur de positionnement. Cet accident et d'autres évités de justesse, comme l'amiral anglais Anson (en 1741) qui se croyait au milieu du Pacifique alors qu'il restait au large du cap Horn, ont conduit le roi d'Angleterre à proposer un prix de 20 000 livres en juillet 1714, à qui trouverait la méthode infaillible pour déterminer la longitude en mer. L'horloger Harrison proposa successivement plusieurs horloges de sa conception, mais se heurta à la commission chargée d'examiner les projets, commission dont l'un des membres les plus influents, astronome, ne concevait que l'emploi de la lune pour déterminer les longitudes.

En ce qui concerne la mesure des angles, l'académicien Pierre Bouguer relate que « on a imaginé en Angleterre un nouvel instrument incomparablement plus parfait que ceux dont nous venons de parler. Feu Monsieur Hadley le proposa à la Société royale de Londres en 1731 ; l'usage s'en déjà introduit en France et il serait à propos qu'il fût encore plus commun : car cet instrument peut donner la hauteur des Astres à moins d'une minute d'erreur comme je m'en suis assuré plusieurs fois. C'est une simple portion de cercle de 45 degrés : on le nomme "octans" parce qu'il est la huitième partie de la circonférence, mais il est divisé en 90 parties, et il est équivalent à un quart de cercle à cause de la propriété commune aux miroirs qu'on fait entrer dans sa construction ». (Bouguer, *Nouveau traité de navigation* §46)

Ce même instrument utilisant un arc du sixième de cercle est le sextant, mais gradué de 0 à 120°, et non pas de 0 à 60°, pourquoi ? (Voir solution à la fin de l'article).



**Fig. 11 Schéma du sextant**

En 1781 paraissait le dernier volume du cours de mathématiques “à l’usage des gardes de marine” d’Etienne Bézout (1730-1783). Dans cet ouvrage, sont détaillés les calculs permettant de déterminer latitude et longitude d’un point d’arrivée, connaissant les coordonnées du point de départ et la distance parcourue :

(§109) « Etant donnés le point de départ, le rhumb de vent et la longueur de la route, trouver la latitude et la longitude d’arrivée.

Faites cette proportion... Le rayon est au nombre de lieues de la route, comme le cosinus du rhumb de vent, est à un quatrième terme qui sera le chemin fait suivant la ligne Nord et Sud. Réduisez-le en degrés et minutes, et vous aurez le changement en latitude, et par conséquent la latitude d’arrivée.

Cherchez par le moyen de la table des latitudes croissantes la différence des latitudes croissantes d’arrivée et de départ [...] puis faites cette proportion... Le rayon est à la tangente du rhumb de vent comme la différence des latitudes croissantes [...] est à la différence de longitude » (page 101).

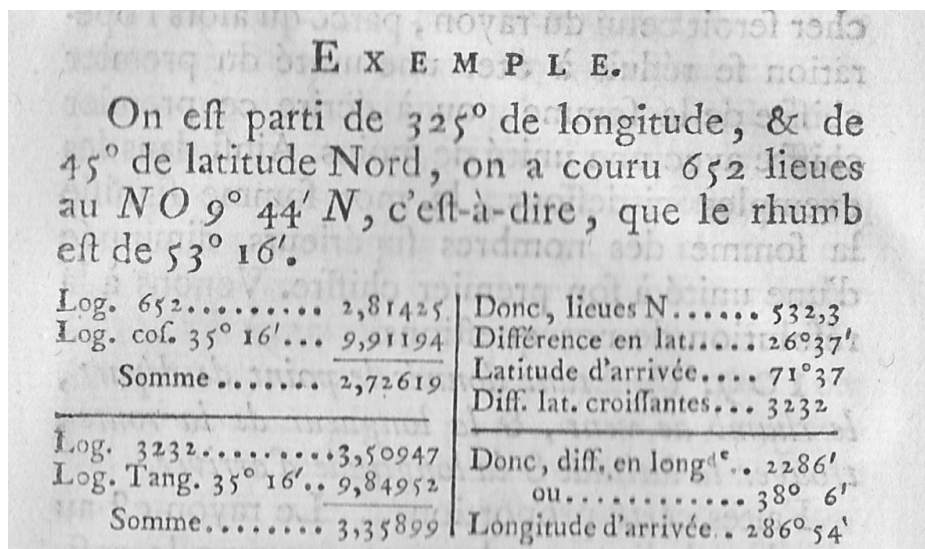


Figure 12 Texte de Bézout

L’ouvrage présente une coquille typographique, il faut prendre un “rhumb” de 35°16’ et non de 53°16’. Par ailleurs, Bézout calcule avec un rayon de  $10^{10}$  et la table des latitudes croissantes donne pour 71°37’, 6262’ d’arc et pour 45°, 3030’. (Détail de la solution à la fin de l’article).

### Le XIX<sup>e</sup> siècle

L’amélioration de la formation des navigateurs permettait alors à cette époque d’utiliser la géométrie sphérique. La résolution, sur la sphère céleste, du “triangle de position” ABC, A étant au pôle nord, B le zénith de l’observateur et C l’astre visé, permet en effet de déterminer l’angle en A, et par différence, la longitude (l’heure) de B connaissant celle de C.

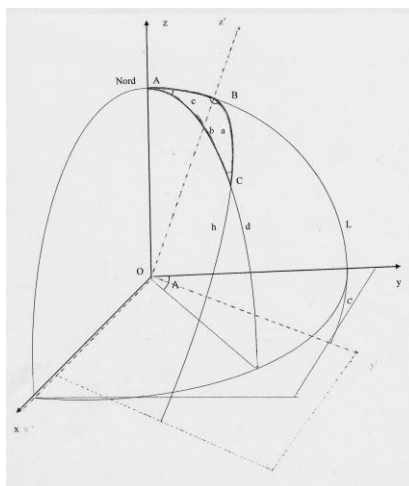


Fig. 13 Repérage sur la sphère



En utilisant la Fig. 13 (on retrouve la déclinaison  $d$ , la hauteur  $h$  de l'astre et la latitude estimée  $L$ ), on obtient les formules suivantes :

$$\begin{aligned} \sin A \cdot \sin b &= \sin a \cdot \sin B \\ \sin a \cdot \cos B &= \cos b \cdot \sin C - \sin b \cdot \cos A \cdot \sin c \\ \cos a &= \sin b \cdot \cos A \cdot \sin c + \cos b \cdot \cos c \\ \sin h &= \cos d \cdot \cos A \cdot \cos L + \sin d \cdot \sin L \end{aligned}$$

Et il faut montrer que  $\cos A = (\sin h - \sin d \cdot \sin L) / (\cos d \cdot \cos L)$  (Solution à la fin de l'article).

En 1837 le captain (américain) Thomas Sumner (1807-1876) se rendit compte que lorsqu'il observait un astre (le soleil) sous une certaine hauteur, il se trouvait alors sur un cercle, dont la représentation d'un arc sur une carte pouvait être assimilée à un segment de droite, dite droite de hauteur. Il restait à la tracer : pour cela, on avait besoin de deux points ; il fallait prendre la latitude estimée, puis les valeurs entières des deux latitudes qui l'encadrent, et pour chacune calculer la longitude au moyen de la hauteur de l'astre observé, (le soleil), de sa déclinaison pour l'heure de l'observation ; il y a des formules ! En recommençant, on pouvait obtenir un deuxième segment, et par intersection, le lieu de l'observateur. Sa méthode est publiée en 1843. En fait, deux observations du soleil à peu d'intervalle suffisaient.

On 17th December, 1837, sea account, a ship having run between 600 and 700 miles without any observation, and being near the land, the latitude by dead reckoning was  $51^{\circ} 37' N.$ , but supposed liable to error of 10 miles on either side, N. or S.; the altitude of the sun's lower limb, was  $12^{\circ} 02'$  at about  $10\frac{1}{2}$  A.M., the eye of the observer being 17 feet above the sea; the mean time at Greenwich, by chronometer, was  $10^h 47^m 13^s$  A.M.

Required, the true bearing of the land: what error of longitude the ship was subject to, by chronometer, for the uncertainty of the latitude: the sun's true azimuth.

|        |   |           |                           |   |            |
|--------|---|-----------|---------------------------|---|------------|
| dip.   | — | 4' 3''    | semi-dia.                 | + | 16' 8''    |
| refra. | — | 4' 23''   | px                        | + | 8''        |
|        |   | — 8' 26'' |                           |   | + 16' 16'' |
|        |   |           |                           |   | — 8' 26''  |
|        |   |           | correction of alt. obs'd. | + | 8' 00''    |

|                              |         |
|------------------------------|---------|
| Obs'd alt. $\odot$ L. L.     | 12° 02' |
| Correction                   | + 8'    |
| True alt. $\odot$ 's centre, | 12° 10' |

1st. The latitude by dead reckoning was  $51^{\circ} 37' N.$ ; the latitude the next degree *less*, without odd minutes, is  $51^{\circ} N.$ ; and that, the next degree *greater*, is  $52^{\circ} N.$

2d and 3d, Find the longitude of these two points, as follows:

|   |                |                |   |                    |                      |
|---|----------------|----------------|---|--------------------|----------------------|
| $\odot$ 'S ALTITUDE $12^{\circ} 10'$ .                        |                |                |   |                    |                      |
| <i>For the point A in latitude <math>51^{\circ} N.</math></i> |                |                |   |                    |                      |
| Lat.  | 51°            | N.             | -   | -                  | sec. 0.20113         |
| Dec.  | 23             | S.             | -   | -                  | sec. 0.03722         |
| Sum.  | 74             | 23             | nat. cos.                                       | 26920              |                      |
| $\odot$ Alt.  | 12             | 10             | nat. sin.                                       | 21076              |                      |
|   |                |                | diff.   | - 5844             | log, 3.76671         |
| $\frac{h}{1}$   | $\frac{m}{43}$ | $\frac{s}{59}$ | from noon                                       | =                  | log rising = 4.00506 |
| 12 hours.   |                |                |   |                    |                      |
|   | 10             | 16             | 01  | app. time at ship. |                      |
|   |                | 3              | 37  | equa. time.        |                      |
|   | 10             | 12             | 24  | mean time at ship. |                      |
|   | 10             | 47             | 13  | do. by chro.       |                      |
|   | 34             | 49             | = $8^{\circ} 42\frac{1}{4}'$ west of Greenwich. |                    |                      |

Fig. 14 : le texte de Sumner (p16-17)

C'est le texte fondateur du repérage, tel qu'il a été utilisé jusqu'à nos jours. Sumner tient aussi compte de la hauteur de l'observateur, de la dimension du demi-diamètre du soleil, des corrections liées à la réfraction et à la parallaxe. Après avoir déterminé la longitude pour 51° de latitude, il recommence pour 52° et obtient alors la droite de hauteur de sa position.

Par la suite, le principe de la droite de hauteur a été enseigné, comme dans le cours de navigation d'Edmond Dubois (1859, première édition), cours suivi à l'Ecole Navale.

L'amiral Marcq de saint-Hilaire (1832-1888) a pu améliorer la méthode des droites de hauteur en remarquant que le centre du cercle de hauteur est sur une perpendiculaire à la droite, puisque celle-ci est en fait une portion de tangente. Il reste à trouver l'intersection de cette perpendiculaire avec la droite. Mais il est possible de mesurer l'angle entre le nord et la direction de l'étoile observée (azimut), et si on prend un point estimé sur la droite, (donc de calculer sa longitude pour une latitude estimée) de calculer la hauteur de l'étoile vue de ce point. La différence des hauteurs reportée sur la droite, à partir de ce point estimé permet de trouver le lieu de l'observation.

### **La radiogoniométrie, le XX<sup>e</sup> siècle**

Dès le début du siècle, certains ont imaginé pouvoir déterminer la direction d'origine des ondes hertziennes et les premières initiatives suivirent rapidement ; les radiophares. Chacun émettait un signal sur une certaine longueur d'onde. En orientant le récepteur, non pour avoir la réception maximale, mais au contraire la réception nulle, on obtenait par alignement la direction du radiophare, donc une première droite. Ils pouvaient porter à 200 miles. Celui de l'île de Sein est entré en fonctionnement en 1911.

Un second radiophare donnait une seconde droite et la position par intersection. Par sécurité, un troisième permettait de déterminer au pire un triangle

D'autres systèmes utilisant des émissions d'onde ont vu le jour au cours du siècle dernier : Decca, Loran, conçus en particulier pendant la seconde guerre mondiale et basés sur la différence de distances entre le navire et plusieurs stations, distances mesurées par ondes hyperboliques. Si les radiophares sont aujourd'hui quasiment tous éteints, certains autres systèmes (Decca) sont toujours utilisés et leur portée peut aller jusqu'à 1000 miles.

### **La navigation par satellite**

Le 4 octobre 1957, les russes lancèrent le Spoutnik1 ; les "bip-bip" émis par ce premier satellite artificiel ont donné l'idée de se servir de telles émissions pour avoir la direction (gisement) de l'émetteur. A partir de 1964, le système américain « Transit » pouvait ainsi fournir une localisation d'un récepteur à partir d'un satellite. Mais le nombre restreint de satellites et la faible fréquence de leurs passages ne suffisaient pas à lui seul.

Pour des besoins militaires, le département de la défense Etats-Unis a envisagé dès 1968 un système leur permettant de localiser tout point sur la terre, à tout instant et en temps réel.

Sa conception date de 1973, et se développe autour de 24 satellites (plus 2 en réserve) qui émettent en permanence des signaux permettant la localisation de tout récepteur, tant par le récepteur lui-même que par le gestionnaire du système. C'est le GPS : Global Position System.

Le premier satellite a été mis en orbite en 1978 et le système est opérationnel depuis 1995.

Le président Clinton a alors décidé de le mettre à la disposition de tous. Dans le faisceau d'ondes émises, certaines sont à usage militaire et ne sont pas décodables par les récepteurs civils...

Dans le faisceau d'ondes émises, certaines sont à usage militaire et ne sont pas décodables par les récepteurs civils...

Les satellites sont périodiquement renouvelés.

Le principe du GPS repose sur la mesure des distances entre le récepteur et les différents satellites dont il reçoit les informations. Ces distances le situent sur des cercles dont l'intersection lui fournit sa position. Elles sont mesurées par la différence de temps entre l'émission et la réception, émetteur et récepteur munis d'une horloge absolue et se basant sur la vitesse de propagation des ondes.

## Solution des exercices

### **Exemple de Pedro de la Medina :**

« Le sixième d'avril, prenant la hauteur du soleil, l'ombre vient à tomber au nord, et trouve le soleil en soixante degrés sur l'astrolabe, il faut trente degrés pour arriver à quatre-vingt-dix ; je joins avec ces trente degrés, dix degrés de déclinaison que le soleil a à ce jour, qui font ensemble quarante degrés desquels je suis éloigné de la ligne équinoxiale vers le nord... » (pp 97-98).

### **Exercice de Simon Stevin :**

« Pour trouver le romb, cherchez en la table de la quatrième proposition l'une latitude de 5deg59, en l'un des rombs qu'on choisira, et soit le quatrième, trouve la distance 8deg29. Auquel ajoutée la distance connue 32deg8, viendra distance 40deg37 ; lequel, (dans le même romb) se rapporte à la latitude 28deg42 » (page 21).

### **Géométrie du sextant :**

Lorsque le miroir va de sa position initiale (graduation 0) à la position de mesure de l'altitude du soleil (ou de l'étoile), il forme un angle X que font aussi les perpendiculaires.

Avec la propriété de la réfraction :  $X+a = h+a-X$  et  $2X = h$

### **Calcul de la latitude et de la longitude par Bézout :**

$R/652 = \cos 35^{\circ}16'/NS$  avec  $R = 10^{10}$  et  $NS =$  différence de latitude

Si  $NS = 532.3$  avec  $1^{\circ} = 20$  miles et  $1' = 1/3$  mile, on obtient alors  $26^{\circ}37'$

En ce qui concerne la longitude :  $R/\tan 35^{\circ}16' = (6262-3030) /$ différence de longitude

Soit différence de longitude =  $38^{\circ}6'$

### **Formule du triangle sphérique :**

Il faut d'abord remarquer la complémentarité de certains angles, comme les angles a et h, ou d et b. En écrivant ensuite les coordonnées du point C dans le repère Ox'y'z' soit directement, soit à partir des coordonnées dans le repère Oxyz, modifiées par rotation d'angle c autour de l'axe Ox, l'identification donne les trois premières formules. La quatrième n'est que la précédente, en utilisant les angles complémentaires, elle permet d'obtenir :

$$\cos A = [\sinh + \cos(d+L)].\text{secd}.\text{secL} - 1 \dots (\text{sec soit sécante} = 1/\cosinus \dots)$$

### **Texte de Sumner :**

Dans la première partie, l'auteur applique les corrections usuelles à la mesure de la hauteur du soleil, à savoir celles liées à la parallaxe, à la réfraction, au semi-diamètre du soleil. Il calcule ensuite la valeur de la sécante de la latitude et de la déclinaison, le cosinus de leur somme, le sinus de la hauteur pour appliquer la formule. Une dernière correction donne l'heure du bateau, donc la longitude, si la latitude est de  $51^{\circ}$ .

## **Bibliographie**

- BARBIN Evelyne, Le secret des longitudes et le pendule cycloïde de Huygens in *les Mathématiques dans la culture d'une époque*, (pp.143-163), Strasbourg : IREM, 1987.
- BOUGUER Pierre, *Nouveau Traité de Navigation*, Paris : Guérin-Delatour, 1753.
- BEZOUT Etienne, *Traité de Navigation*, Paris : Pierres (ed), 1781.
- CELERIER Pierre, *Technique de navigation*, Que sais-je 498, Paris : PUF, 1951.
- DE MEDINE Pierre, (Pedro di Medina), *L'Art de naviguer*, trans. Nicolai, Lyon : Roville (ed) 1569.
- DUBOIS Edmond, *Cours de navigation et d'hydrographie*, Paris : Arthus-Bertrand, 1869.
- GREGOIRE Michelle, Qu'est-ce qu'un rumb ? in *Mnémosyne* 11, (pp.4-8), IREM Paris VII : Paris, 1996.
- HEBERT Elisabeth, *Instruments scientifiques à travers l'histoire*, Paris : Ellipses, 2004.
- LEVEQUE Pierre, *Guide du Navigateur*, Nantes : Despilly, 1779.
- MARGUET Frédéric (Commandant), *Histoire générale de la navigation du XV<sup>e</sup> au XX<sup>e</sup> siècles*, Paris : Editions maritimes et coloniales, 1931.
- RAYMOND François, *Radionavigation*, Que sais-je 41, Paris : PUF, 1949.
- SACAZE René (Amiral), La navigation astronomique, in *la Revue maritime*, 301-305, 1975.
- STOTT Carole. & MALIN Stuart, *The Greenwich Meridian*, Southampton: Ordnance Survey, 1889.
- SEGERIC Jean-José. *Histoire du point astronomique en mer*, Rennes : Marines Editions, 2013.
- SOBEL Dava, *Longitude*, Paris : Points Sciences S126, 1995.
- SONNET Hippolyte, *Dictionnaire des Mathématiques appliquées*, Paris : Hachette, 1867.
- STEVIN Simon, De l'Histiodromie ou cours des navires, in *Géographie, Livre 4*, trans. A.Girard, Leiden: Elsevier, 1634.
- SUMNER Thomas Hubbard. *Finding a ship position at sea*, Boston: Groom & Co, 1851.