

L'arbalestrille dans les écrits de Guillaume Le Vasseur et Jean Guérard

Le Vasseur, *Géodrographie*, ms BnF fol.26r, 26v et 27r
Guérard, *Hydrographie*, ms Dieppe fol.17r et 17v, ms Harvard folio 17v
Le Vasseur, livre Trigonométrie, Proposition XXI

*Les termes employés dans les différents documents qui font l'objet de cette étude ne sont pas identiques. Nous retiendrons pour ce commentaire les termes d'**arbalestrille** plutôt que bâton de Jacob, celui de **marteau** plutôt que traversaire, et celui de **flèche** plutôt que verge.*

Le Vasseur, comme tous les pilotes de son temps, fait usage de l'arbalestrille pour déterminer la hauteur des astres¹. L'arbalestrille des marins ne sert qu'à la mesure d'angles, nullement aux mesures de distances. De ce fait, les graduations de la flèche des arbalestrilles de marins sont uniquement en degrés. Selon la longueur du marteau, on peut relever des angles plus ou moins grands et à chaque marteau, correspond une graduation irrégulière, inscrite sur l'un des côtés de la flèche. Il y a donc au plus 4 marteaux. Le Vasseur et son élève Jean Guérard n'en considère que 3.

Depuis le début du XVI^e siècle, on sait graduer les arbalestrilles géométriquement et les constructions numériques qui ont recours aux cordes, aux sinus et à la « Table féconde » sont laborieuses. Au début du XVII^e, avec la diffusion de la ligne trigonométrique « tangente », la graduation par recours à la trigonométrie devient courante, Le Vasseur enseigne d'ailleurs celle-ci à son élève Jean Guérard.

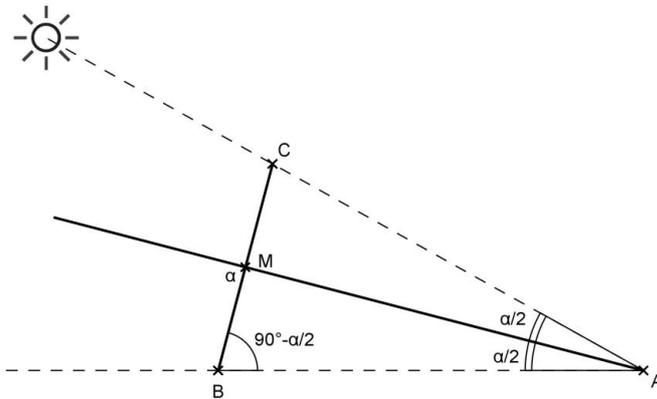
¹ L'usage de l'arbalestrille est précisé chez Le Vasseur au *Traité des latitudes* (folios 34 v et suivants), chez Guérard en accompagnement des pages réservées à l'arbalestrille (folios 17r et 18v).

TABLE DES MATIÈRES

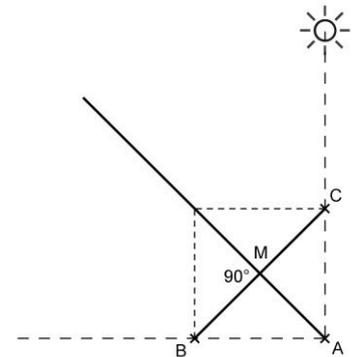
I. Arbalestrille et géométrie	2
<i>Figures de référence</i>	3
<i>Construction des graduations en degrés de la flèche pour trois marteaux.....</i>	3
<i>L'usage de l'angle moitié</i>	6
<i>Le report de la graduation sur la flèche en bois.....</i>	6
II. Arbalestrille et trigonométrie	7
<i>La formulation actuelle.....</i>	7
<i>De Le Vasseur à Guérard.....</i>	7
<i>La table des graduations en degrés</i>	8
<i>Le report des graduations sur la flèche</i>	9
<i>Ajustement pour l'Étoile du Nord.....</i>	10
<i>L'arbalestrille dans le livre de trigonométrie de 1626</i>	11

I. Arbalestrille et géométrie

Figures de référence



Observation d'un astre élevé de α degrés sur l'horizon avec une arbalestrille :
l'œil en A, la marque de la graduation en M
la flèche [AM), le marteau [CB]



La graduation 90° est placée à une distance égale au demi-marteau C'est l'origine de la graduation.

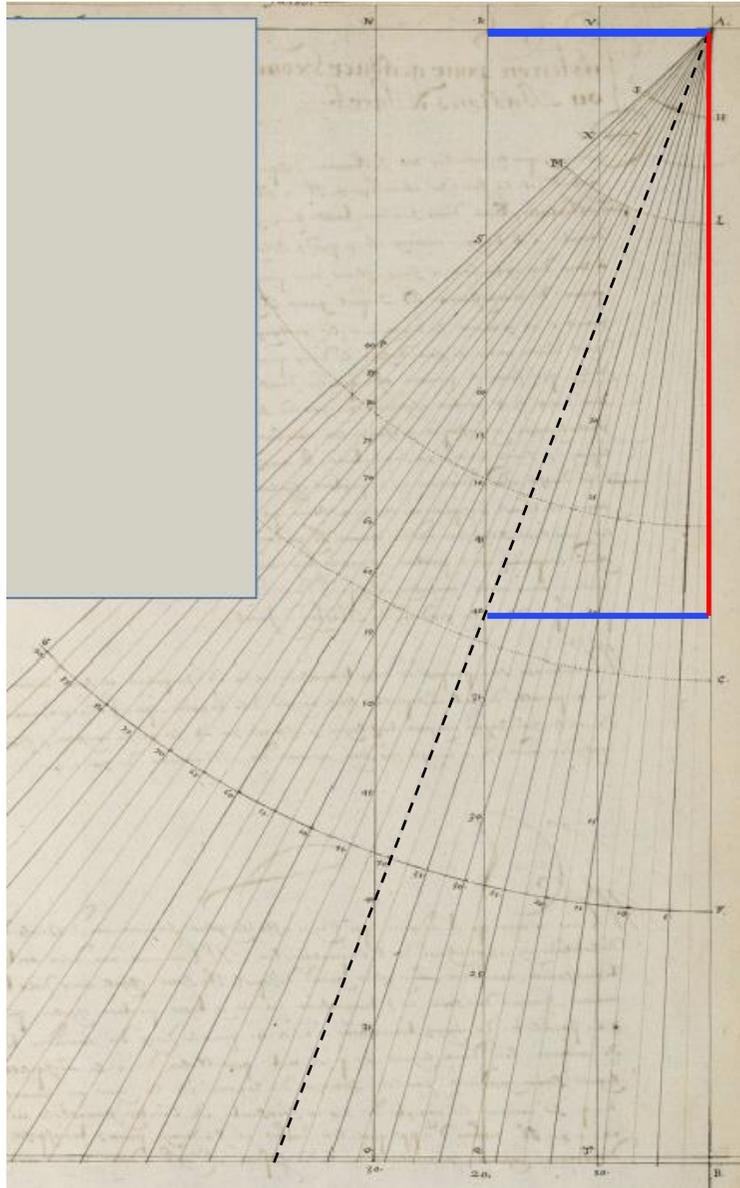
Construction des graduations en degrés de la flèche pour trois marteaux

Dans sa *Géodrographie*, Le Vasseur expose la construction des graduations en degrés de la flèche de l'arbalestrille par une démarche géométrique. La figure qui permet d'avoir lesdites graduations est décrite avec moult précisions par Le Vasseur. Avec une même figure, Guérard, élève de Le vasseur, adopte une description plus courte, en particulier en passant sous silence la construction du faisceau de rayons et leurs graduations de 5° en 5° .

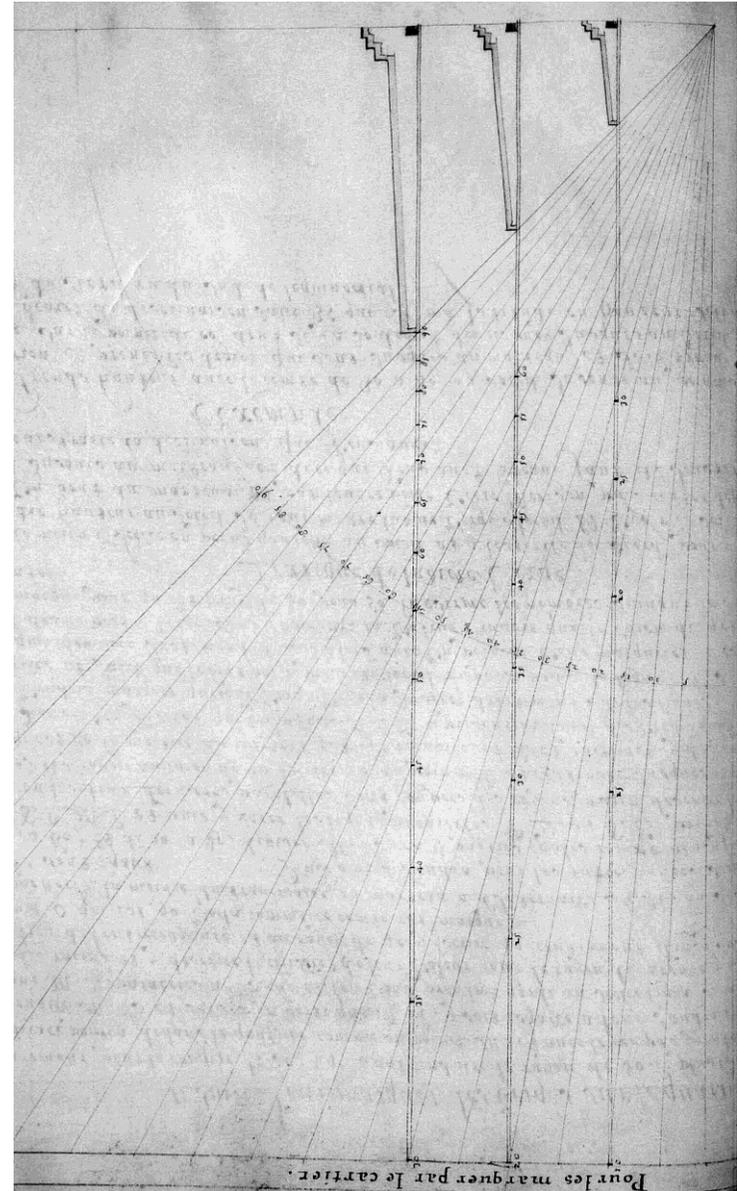
Guérard prend soin de tracer les marteaux, la figure prend ainsi plus aisément son sens. Pour ces deux auteurs, les trois marteaux, dénommés majeur, moyen et moindre, sont tels que le marteau moindre soit le tiers du marteau majeur, et le marteau moyen les deux tiers du marteau majeur.

- Le marteau **majeur** est en usage pour des angles de 30° à 90°
- Le marteau **moyen** est en usage pour des angles de 20° à 60°
- Le marteau **moindre** est en usage pour des angles de 10° à 30°

L'arbalestrille sert à **trouver la hauteur du Soleil et de l'Étoile du Nord**, après avoir tenu compte de la déclinaison du Soleil ou des positions des Gardes. Selon la hauteur de l'astre, on utilise l'un ou l'autre des marteaux, et donc l'une ou l'autre des graduations de la verge, encore nommées "**comptes**".

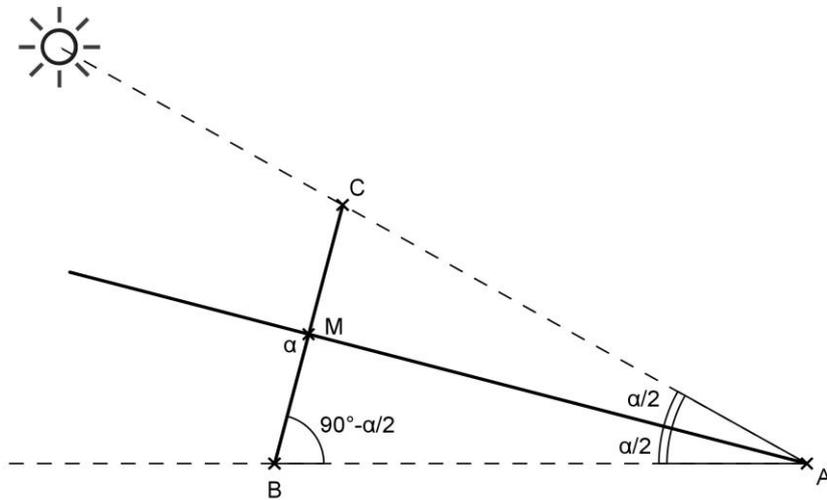


*La figure de Le Vasseur, Géodrographie, folio 26r
En haut à gauche, une autre démarche ici effacée*

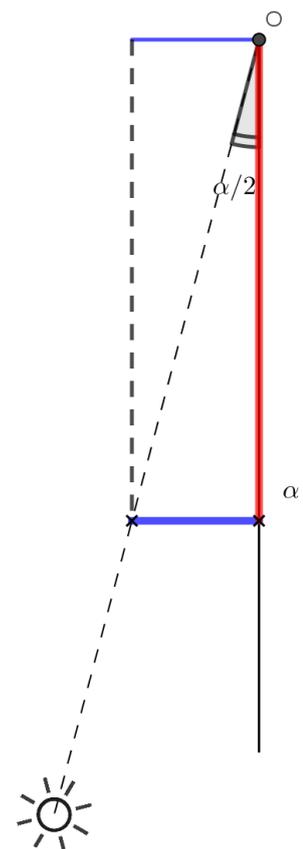
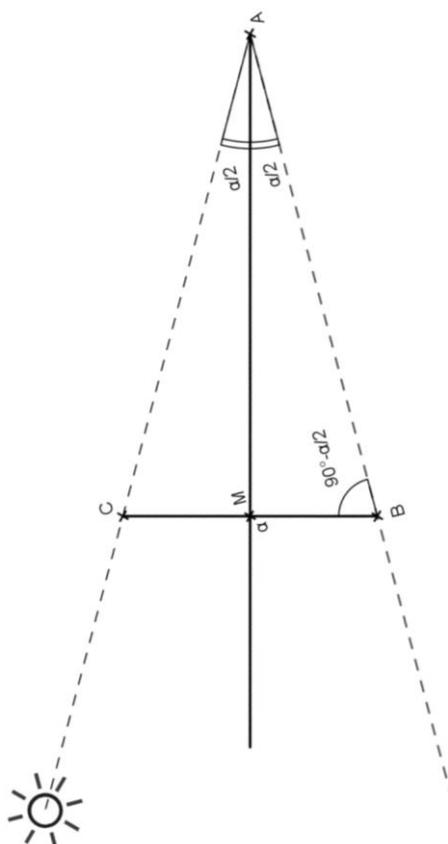


*La figure de Guérard après une rotation de 180°
Indication des 3 marteaux*

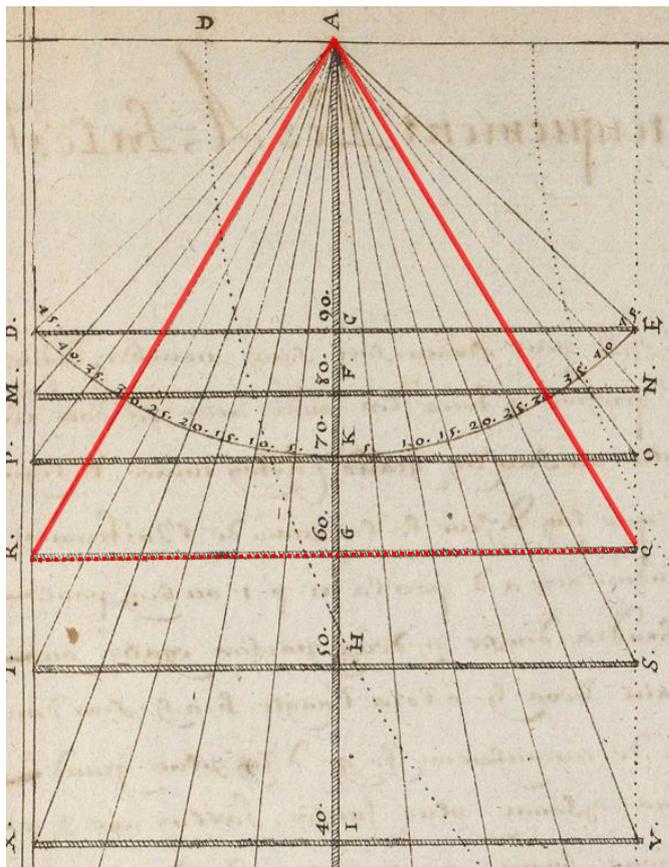
La séquence de dessins suivants permet de justifier ces constructions. En comparaison avec les figures de Le Vasseur et Guérard de la page précédente, on remarquera : en bleu fluo la longueur du demimarteau choisi et en rouge la partie de la flèche sur laquelle est notée la graduation correspondant à l'angle observé (noir pointillé).



Avec une rotation



L'usage de l'angle moitié



La figure de Le Vasseur pour justifier l'usage des angles moitiés. haut du folio 26r.

L'intervention simultanée, des angles et de leur moitié, des marteaux et demi-marteaux, devaient rendre délicat l'enseignement de cette figure. Peut-être est-ce pour cette raison que Le Vasseur au folio 27r insiste lourdement sur le fait que le travail avec le demi-marteau peut aussi s'envisager avec un marteau complet. Par souci de pédagogie, il ajoute une deuxième figure qui renvoie plus au sens pratique : il propose de regarder ce qui se passe quand **on recule** le marteau, une gestuelle familière des marins.

Pour exemple, lorsque le marteau est en position RQ, l'angle RAG est de 30° , l'angle GAQ aussi, et par suite RAQ correspond à la graduation 60° (ci-contre en rouge).

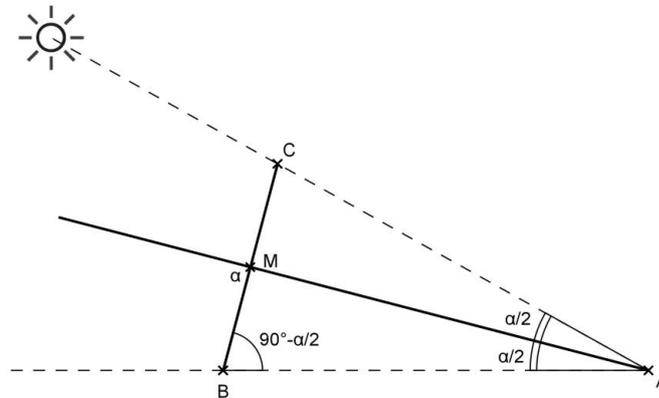
Le report de la graduation sur la flèche en bois

Le report sur la règle en bois est considéré comme classique par Le Vasseur : *Il restera d'appliquer les côtés de la verge pour y transposer lesdites dimensions comme parallèlement les chiffres, c'est à dire les nombres (fin du folio 26v)*. Cependant, la réalisation matérielle de la graduation n'est sans doute pas sans poser des difficultés. Guérard multiplie les recommandations pour reporter la graduation établie sur papier, vers la flèche en bois :

*Vous noterez en passant que les points NQT représentent l'œil des verges. Quand vous voudrez **marquer quelque verge**, vous la poserez droitement sur les lignes parallèles et faire que le bout qui représente l'œil ne passe point la ligne AF, ainsi qu'il demeure justement dessus. Alors avec un poinçon, vous marquerez les degrés dessus votre verge sans y omettre la valeur, savoir que le rayon de 40 soit marqué pour 40 et celui de 50 pour 50. Et écrire les nombres suivant l'ordre du compte. (Dieppe, folio 18v)*

II. Arbalestrille et trigonométrie

La formulation actuelle



Avec la notation actuelle :

$$\boxed{AM = L/2 \times \tan(90 - \alpha/2)}$$

L étant la longueur du marteau

Evidemment, un telle formule n'apparait pas dans les manuscrits de le Vasseur et Guérard, tout au plus est-elle mise en œuvre pas à pas dans le livre de trigonométrie de 1626 de Le Vasseur. Néanmoins ce savoir sous-tend la table des graduations que propose Jean Guérard.

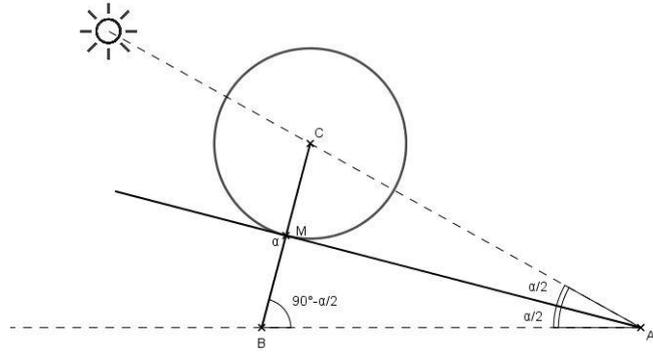
De Le Vasseur à Guérard

Dans les trois manuscrits dont nous disposons, Guérard propose une table pour construire la graduation de la flèche. Le manuscrit de 1615 insiste sur la nouveauté que présente une telle table. Le terme "invention" n'est pas à prendre au sens de "création", néanmoins l'idée d'une telle table, en germe chez Gemma Frisius en 1545, ne semble pas avoir été mise en œuvre auparavant. La paternité d'une table au service des marins semble donc revenir à G. Le Vasseur.

Tables tirées des triangles sphériques ou sinus par le moyen desquelles on marque les bâtons astronomiques nommés par les mariniers arbalète, et est une science très excellente dont l'invention est due à Monsieur Le Vasseur et auquel les pilotes sont redevables pour un tel secret, et le moyen de quoi ils se servaient auparavant était très faux comme l'expérience s'en pouvait faire aisément. (Hispanic folio 6v)

La table des graduations en degrés

Pour faire usage de la trigonométrie, on travaille au XVII^e siècle avec un cercle dont le rayon a même longueur $L/2$ que le demi-marteau. AM est le segment correspondant à la tangente des angles $(90 - \alpha/2)$. Avec un rayon formé de 1000 parties, il devient possible d'avoir la position des graduations directement avec une table donnant les $\tan(90 - \alpha/2)$. Guérard ne dit nullement comment cette table a été établie. Déjà en 1545 disait qu'il serait pertinent de faire une telle table².



Pour graduer les

D	D	Sinus	D	D	Sinus
0	90	1000	45	45	2414
1	89	1017	46	44	2475
2	88	1035	47	43	2538
3	87	1053	48	42	2605
4	86	1072	49	41	2674
5	85	1091	50	40	2747
6	84	1110	51	39	2823
7	83	1130	52	38	2904
8	82	1150	53	37	2988
9	81	1170	54	36	3077
10	80	1191	55	35	3171
11	79	1213	56	34	3270
12	78	1234	57	33	3375
13	77	1257	58	32	3487

Sur le tableau Guérard déroule en deux groupes de trois colonnes, les valeurs des angles de 0° à 89° .

Pour chaque groupe, il indique :

en 1^{ère} colonne

la hauteur zénithale $90^\circ - \alpha$

en 2^e colonne

la hauteur sur l'horizon α

en 3^e colonne

la position de la graduation : $\tan(90 - \alpha/2)$

Exemple

La graduation de la flèche qui correspond

à une hauteur sur l'horizon de 38°

(hauteur zénithale 52°) est

$$\tan(90 - 38/2) = 2904$$

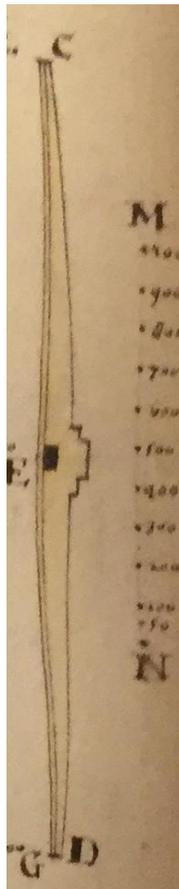
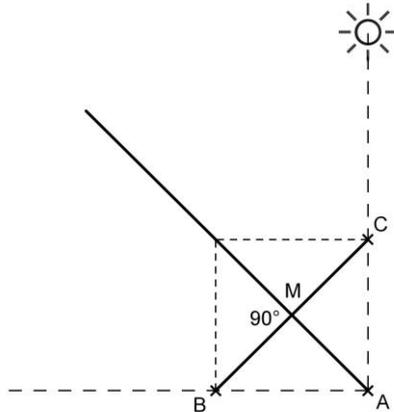
*Table pour graduer les arbalétrilles, Dieppe folio 17v.
Sur celle d'Harvard, folio 17v, les valeurs des
complémentaires sont erronées.*

Rappelons que la notion de tangente est alors peu diffusée, le terme même de "trigonométrie" émerge, et comme il se fait alors, Guérard note "sinus" pour signifier l'usage de la trigonométrie.

² Voir notre commentaire de *De Radio Astronomico*, Frisius, 1545, p. 262

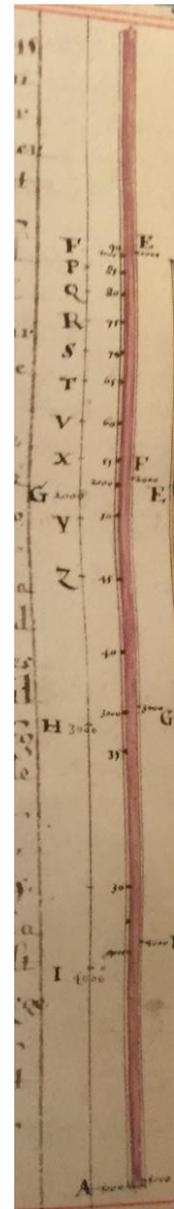
Le report des graduations sur la flèche

L'origine des graduations M_0 correspond au point pour lequel le Soleil est au zénith (angle zénithal nul).
 AM_0 est égal au demi-marteau.

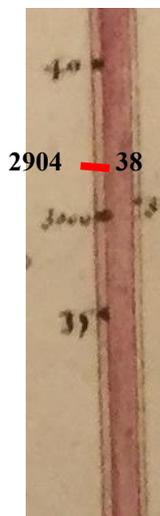


Ci-dessus :
 À droite du marteau,
 l'échelle des 1000
 parties et ses
 graduations en
 centaines. Harvard, folio
 17v

L'unité de mesure du dessin est la "partie", sachant que le demi-marteau mesure 1000 parties.



Ci-contre :
 Graduation en degrés
 avec corrections pour
 l'Étoile du Nord
 Harvard, folio 17v



La table permet de placer une graduation quelconque.

Exemple

On place la graduation correspondant à 38° de sorte que $AM = 20904$

La démarche trigonométrique permet de graduer des arbalétrilles pour n'importe quel compte, pourquoi pas pour celui de 15° à 45° comme le fait Guérard... encore faut-il que la flèche soit assez longue compte tenu du marteau.

Le manuscrit de Harvard décrit avec précision les diverses étapes qui permettent de graduer une flèche avec le compas. On suppose donnée l'échelle des 1000 parties avec ses centaines. La flèche est graduée sur cette figure depuis le haut de la page, par tranches de 1000 parties. Les valeurs des sinus sont prises en compte dans leurs compléments aux milliers et l'ajustement se fait par l'échelle des 1000 parties et de ses centaines. Le rôle de la graduation papier qui a lieu dans la marge et comporte les lettres de P à Z semble superflue. D'ailleurs dans son livre de trigonométrie Le Vasseur (p. 93) propose de faire directement les divers reports de 1000 parties avec un morceau de bois coupé à la longueur adéquate.

Harvard folio 17v

Pour marquer le compte de 15 à 45 vous prendrez la moitié du marteau que diviserez en 1000 parties et porterez le moitié du marteau sur la marge jusques à l'infini qui sont autant de 1000. Vous chercherez le nombre de 45, son sinus est 2414. Lors laisserez les 2000 pour prendre 414. Et l'ouverture du compas sera posé sur le 2^{ème} 1000 et il vous montrera le degré de 45. Et le premier 1000 sera la moitié du marteau³. Pour avoir le degré de 15 vous chercherez son sinus qui est 7195, puis laisserez les 7000 et viendra 195. Vous prendrez avec le compas et poserez un des pieds du compas sur sur les 7000, et l'autre pied vous montrera le 15 degrés. Et ainsi des autres.

Ajustement pour l'Étoile du Nord

La flèche présente des graduations en parties et en degrés, on remarquera que ces associations parties-degrés sont **répétées deux fois**, avec une très légère différence. Le tracé d'une graduation décalée devait permettre de tenir compte de la rectification de la Polaire.

Harvard folio 17v

Notez qu'il faut additionner 2 degrés davantage que au compte de l'Étoile, plus ou moins suivant la hauteur. Et du premier 1000 que vous mettrez sur votre verge, il en faut ôter 35 qui est le nombre des 2 degrés. Puis reprendre votre demi-marteau qui est 1000, et ajouter sur toute votre verge jusques au bout. Et faire ainsi des autres semblables comme il se voit en la figure E, F, G, H⁴ et marquer sur tous les autres 1000.

On pourra être surpris de la lourdeur matérielle de cette graduation décalée, d'autant que la figure est accompagnée d'un discours qui enseigne comment tenir compte de la rectification à partir du relevé de l'arbalétrille.

Harvard, ou Dieppe, folio 17r

Et ce qui sera trouvé sera ajouté ou soustrait ce que l'étoile est plus basse ou plus haute que ledit pôle, selon la disposition des Gardes de ladite étoile.

³Phrase inutile en cette place. A été dit plus haut.

⁴ La figure des échelles (Harvard) indique ces 4 lettres, et plusieurs autres, avec de la confusion... nous semble-t-il...

L'arbalétrille dans le livre de trigonométrie de 1626

(Proposition XXI, page 93, 94 et 95)

<p style="text-align: center;">PROPOSITION. XXI.</p> <p style="text-align: center;"><i>Invention pour graduer la verge ou index de l'arbalétrille.</i></p> <p>Es voyes ou moyens geometrique ne font pas si certains que par les nombres : car souuent la table ou la reigle, & le plus souuent la main de l'ouurier y font trouuer des erreurs, ce que on éuitera par ceste methode. Faut faire vne eschelle égale au</p>	<p style="text-align: center;">94 LIVRE PREMIER</p> <p>demitrauer faire ou marteau, & la diuiser en 100000 ou en 10000 ou en 1000, en retranchant deux figures de l'entier sinus, & depuis l'œil de la verge en couper vn segmēt égal au demitrauer faire, qui est 1000, & estendre la mesme autant de fois qu'on pourra sur la verge : mais obscurément, qui sont 2000, 3000, 4000, &c. Et le premier 1000 est le lieu de 90 d. puis prendre la tangente de 45 deg. 36, c'est 101761 & en oster deux figures, reste 1017 qu'il faut prendre sur l'eschelle, scauoir 17 avec 1000 & le compter depuis l'œil, ou seulement 17 depuis les 90 deg. & ceste marque est pour les 89 d. Item, faut prendre la tangente de 46 deg. c'est 1035.53, & compter 1035 depuis l'œil, ou 35 depuis 90 deg. & la marque sera pour 88 deg. Item la tangente de 46 degrez 36 est 105378, on comptera depuis</p>
<p style="text-align: center;">SUITE de la colonne ci-contre</p> <p style="text-align: center;">DES TRIANGLES, PLANS. 95</p> <p>L'œil 1053, ou seulement 53 depuis 90 deg. & la marque sera les 87 deg. & continuer de mesme ordre de $\frac{1}{2}$ degré en demi degré, iusques à la fin de la verge, &c.</p>	

Adeptes de la trigonométrie, Le Vasseur vante les mérites de la graduation ainsi obtenue. Les deux démarches exposées par Guérard dans les manuscrits de 1630, que ce soit par la géométrie ou par la table de graduations, génèrent des figures sur papier qu'il convient de reporter. Ici pas de solution intermédiaire via un tracé sur papier, la graduation se fait directement sur la flèche.

Par rapport aux manuscrits de Le Vasseur et Guérard, une information à retenir de ce texte réside en sa première consigne : "Faut faire une échelle". Pour ce faire, on coupe un morceau de bois égal au demi-marteau que l'on considère comme comportant 1000 parties. Comme pour toute échelle, on indique quelques subdivisions, ici les centaines, c'est d'ailleurs une telle échelle que dessine Guérard lorsqu'il traite de l'arbalétrille. Cette échelle sert, par reports successifs, à graduer la flèche de 1000 en 1000. Elle servira aussi à placer les diverses valeurs, 1053 par exemple.

Le Vasseur donne dans ce texte les trois premières valeurs permettant de graduer les arbalétrilles, celles-là même qu'on trouvait dans les tables incluses dans les manuscrits de Guérard. Il n'y a aucune justification aux calculs énoncés et la formule sous-jacente n'est pas même explicitée. Il est aisé de voir que les consignes correspondent au déroulé suivant :

Pour $\alpha = 89^\circ$

$$AM = \tan(90^\circ - 89^\circ/2) = \tan(90^\circ - 44^\circ 30') = \tan(45^\circ 30') \approx 1017$$

Pour $\alpha = 88^\circ$

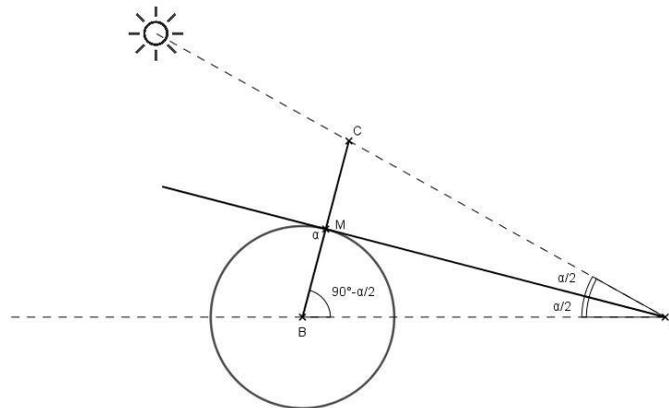
$$AM = \tan(90^\circ - 88^\circ/2) = \tan(90^\circ - 44^\circ) = \tan(46^\circ) \approx 1035$$

Pour $\alpha = 87^\circ$

$$AM = \tan(90^\circ - 87^\circ/2) = \tan(90^\circ - 43^\circ 30') = \tan(44^\circ 30') \approx 1053$$

Le Vasseur insiste sur le fait que la graduation commence pour 90° avec un point tel que $AM_0 = 1000$ et qu'il est possible de ne tenir compte que des compléments à 1000.

Comme signalé à plusieurs reprises, ces calculs se justifient par la figure jointe, le cercle centré en B étant le cercle trigonométrique de rayon 1000.



$AM = \tan (90^\circ - \alpha/2)$ dans un cercle de rayon 1000 parties