

La seconde partie de l'arithmétique s'ouvre sur la multiplication

Multiplication

La multiplication est l'augmentation u nombre plusieurs fois par lui-même, comme 8 fois 5 fon, quarante, où l'on voit que le même 5 est compté 8 fois.

Table de multiplication

2 fois2 font4	4 fois4 font16	7fois7 font42
2 fois3font6	4 fois5 font20	7 fois8 font48
2 fois4 font8	4 fois6 font24	7 fois9 font54
2 fois5 font10	4fois7 font28	
2 fois6 font12	4 fois8 font32	
2 fois7 font14	4 fois9 font36	
2 fois8 font16	5 fois5 font25	8 fois8 font40
2 fois9 font18	5 fois6 font30	8 fois9 font45
3 fois3font9	5 fois7 font35	
3 fois4 font12	5 fois8 font40	
3 fois5 font15	5 fois9 font45	
3 fois6 font18	6 fois6 font36	9 fois9 Font54
3 fois7 font21	6fois7 font42	10 fois..... 10 font100
3 fois8 font24	6 fois8 font48	
3 fois9 font27	6 fois9 font54	

Après la table de multiplication, il donne quatre exemples, le premier sans problème de retenue, les suivants réglant le problème des zéros à la fin ou au milieu du multiplicande ou du multiplicateur.

Ensuite, avant de proposer la multiplication par une quantité exprimée en livres et sols, il montre comment faire rapidement la réduction des livres en sols.

Exemple I

On demande le montant de 313 muids (tonneau)
à 32 livres la muid

Multiplié	313
multipliant	32
	636
	939
produit	10016

Exemple II

Quand il y a des zéros au bout du nombre multipliant, il faut les poser simplement, et multiplier par les figures significatives, comme l'exemple suivant

Arpent	352..
Livre chacune	300
font	105600

Exemple III

Lorsque les zéros du multipliant ne terminent pas, il faut les laisser et multiplier seulement par les figures significatives

	3245
	3007
	22715
	973500.
	9757715

Exemple IV

Quand plusieurs zéros se suivent immédiatement, tant au multiplié qu'au multipliant, on multipliera par les figures significatives et au bout du produit on ajoutera les zéros de part et d'autre

multiplier	5000
Par	700
produit	3500000

Réduction des sols en livres

Pour faire cette réduction, il faut séparer le dernier chiffre à main droite, & prendre la moitié des autres. La somme en cent par l'autre bout cette moitié fera des livres, & le chiffre séparé fera des sols.

Exemple.

$$\begin{array}{r} 8644 \text{ sols} \\ \underline{4322} \text{ sols} \\ 4322 \end{array}$$

Le nombre dont on prend la moitié est impair, il faut compter 10 pour le sur, & l'ajouter aux 10 au chiffre suivant.

Autre exemple.

$$\begin{array}{r} 1015 \text{ sols} \\ \underline{507} \text{ sols} \\ 507 \end{array}$$

On demande combien 17 sols par jour font par an.

$$\begin{array}{r} 365 \text{ jours} \\ \underline{17} \\ 2555 \end{array}$$

Pour passer de livres en sols, il s'agit de diviser la quantité de livres par 20 pour obtenir le nombre de sols. Denoville propose ici une méthode rapide pour le faire.

Explication pour le premier exemple : 8 644 livres correspondent à 864×10 et 4 livres. La division par 20 des 4 livres donne directement 4 sols et pour diviser 864×10 par 20, il suffit de donner la moitié de 864 c'est-à-dire 432. L'opération se fait de tête.

Dans l'exemple suivant la moitié de 1015 n'est pas entière, il écrit 507 mais il reste 1, c'est-à-dire 10 livres, ce qui par division par 20 donne 10 sols qu'on ajoute aux 2 sols ce qui justifie l'écriture de 12 sols.

Cette procédure de division est simple et il l'applique pour poser la multiplication par livres et sols.

Multiplication Par Livres & Sols

Lorsqu'il y a des livres & des sols, il faut premièrement multiplier par les sols & les réduire en livres. Secondement il faut multiplier par les livres & additionner les produits.

Exemple.

$$\begin{array}{r} 157 \text{ aunes} \\ \underline{141 \text{ } 7 \text{ s}} \\ 1099 \\ \underline{628} \\ 2252 \text{ } 19 \text{ s} \end{array}$$

Lorsqu'il y a des livres et des sols, il faut premièrement multiplier par les sols et les réduire en livres. Secondement il faut multiplier par les livres et additionner les produits.

Exemple :	157 aunes	
à	141 7 s	
	<u>1099</u>	produit de 157 par 7
	541 19 sols	Réduit à 54 livres et 19 sols par la procédure ci-dessus
	628	produit de 157 par 4
	<u>157</u>	produit de 157 par 10
Réponse :	2252 l 19 sols	

Ensuite il donne la table de multiplication par 12 pour écrire rapidement la réduction des deniers en sols qui n'est autre qu'une division par 12.

Réduction des deniers en sols

Pour réduire des deniers en sols, il faut savoir par cœur la petite table suivante :

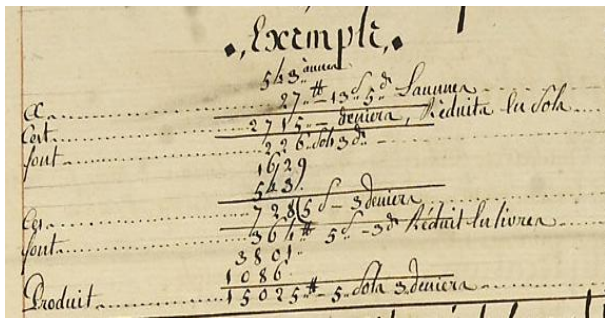
Table	Exemple
1 sol vaut.....12 deniers	
2 sol vaut.....24 deniers	
3 sol vaut.....36 deniers	
4 sol vaut.....48 deniers	
5 sol vaut.....60 deniers	
6 sol vaut.....72 deniers	
7 sol vaut.....84 deniers	
8 sol vaut.....96 deniers	
9 sol vaut.....108 deniers	
	En prenant le 12 ^e de cette somme
	389 442 deniers
	On trouvera
	<u>32 453 sols 6 deniers</u>

Remarque : 6 est le reste de la division de 389 442 par 12.

Multiplication par livres sols et deniers.

Dans l'exemple suivant, il s'agit du prix de 543 aunes à 27 livres 13 sols et 5 deniers l'unité.

	543 aunes		
à	27 l 13 s 5 d		
font	2715 deniers		543 × 5
	226 sols 3d		Réduction des deniers en sols



	1629	543 × 3
	543.	543 × 10
font	7285 sols	Réduction des sols en livres
	364 livres 5 sols	543 × 7
	3801	543 × 20
	1086.	

Produit 15025 livres 5 sols 5 deniers

Le paragraphe suivant est placé entre deux traits horizontaux, c'est une parenthèse qui casse la réflexion sur la multiplication par livres, sols et deniers qu'il reprendra d'ailleurs ensuite. Apparaît donc :

Abrégé de la multiplication

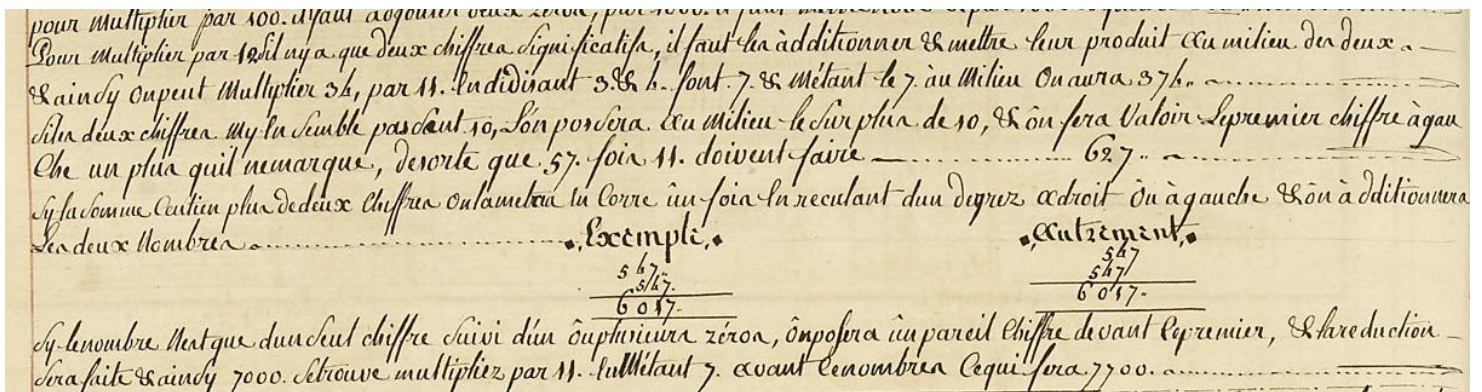
Après avoir dit comment écrire rapidement le résultat de la multiplication d'un nombre par des multiples de 10, il fait de même pour la multiplication par 11.

Pour multiplier par 11, s'il n'y a que deux chiffres significatifs, il faut les additionner et mettre leur somme au milieu des deux. Et ainsi, on peut multiplier 34 par 11, et en disant, 3 et 4 font 7 et mettant le 7 au milieu, on aura 374.

Si les deux chiffres mis ensemble, dépassent 10, on portera au milieu le surplus de 10, et on fera valoir le premier chiffre à gauche de un de plus qu'il ne marque, de sorte que 57 fois 11 doivent faire..... 627.

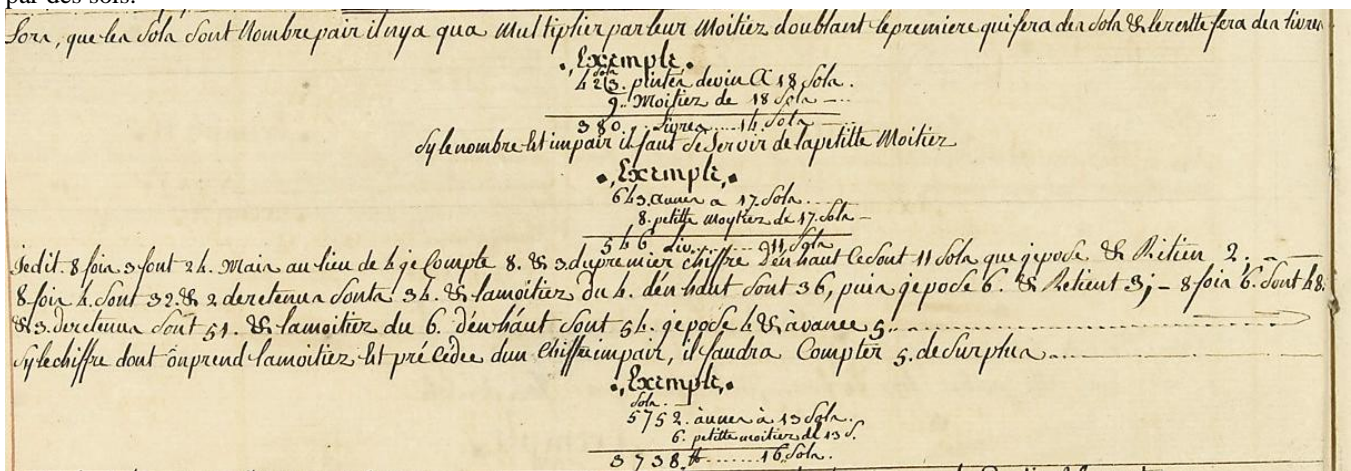
Si la somme contient plus de deux chiffres on la mettra encore une fois en reculant d'un degré à droite ou à gauche et on additionnera les deux nombres ; voir les exemples qu'il donne ci-dessous.

Si le nombre n'est que d'un seul chiffre suivi d'un ou de plusieurs zéros, on posera un chiffre identique devant le premier, et la multiplication sera faite et ainsi 7000 se trouve multiplié par 11 en mettant 7 avant le nombre ce qui fera 77000.



Maintenant il revient à son sujet. Précédemment, lors du calcul du prix de 543 aunes à 27 livres 13 sols et 5 deniers l'unité, il faisait la multiplication de 543 par 5 pour obtenir un nombre de deniers qu'il réduisait ensuite en sols et deniers. De même il calculait la multiplication par les sols pour avoir un nombre de sols qu'il réduisait en livres et sols.

Dans les lignes qui suivent, il va nous apprendre à obtenir en une seule opération le résultat réduit en livres et sols de la multiplication par des sols.



Lorsque les sols sont un nombre pair, il n'y a qu'à multiplier par leur moitié doublant le premier qui fera des sols et le reste fera des livres.

Pour comprendre ce que fait Denoville, il faut toujours avoir en tête qu'une livre vaut 20 sols.

<i>Exemple :</i> <i>423 pintes de vin à 18 sols</i> $\begin{array}{r} 42 \text{ (3)} \\ 9 \text{ moitié de 18 sols} \\ \hline 380 \text{ livres et 14 sols} \end{array}$	explication de la procédure : $423 \times 18 = 420 \times 18 + 3 \times 18$ Or 420×18 est un nombre exact de livres. : 42×9 . On met de côté l'unité du multiplicande (3). On calcule d'abord 18×3 , en doublant 9×3 qui fait 54, on écrit 14 sols et on retient 2 livres. Il reste à calculer 42×9 sans oublier la retenue 2, d'où 380.
--	---

Si le nombre est impair, il faut se servir de la petite moitié

Exemple : 643 aunes à 17 sols

$$\begin{array}{r} 64 \text{ (3)} \\ 8 \text{ petite moitié de 17 sols} \\ \hline 546 \text{ livres et 11 sols} \end{array}$$

Ce calcul est basé sur le fait que $643 \times 17 = 640 \times 17 + 3 \times 17$. Cette fois ci, Denoville explicite la procédure.

Il faut d'abord obtenir 3×17 en utilisant la petite moitié 8 et en obtenant directement la quantité de livres correspondante.

Se dit : 8 fois 3 font 24, mais au lieu de 4, je compte 8 et 3 du premier chiffre d'en haut, ce sont 11 sols que je pose et je retiens 2. En effet, $3 \times 17 = 3 \times (8 \times 2 + 1) = 3 \times 8 \times 2 + 3 = 24 \times 2 + 3 = 40 + 4 \times 2 + 3$ soit $4 + 4 + 3$ et 2 livres.

Remarquons maintenant que $640 \times 17 = 640 \times (8 \times 2 + 1) = 640 \times 8 \times 2 + 640$

Ce résultat en livres est de $64 \times 8 + 32$ et explique la démarche que Denoville qui propose :

8 fois 4 font 32 et 2 de retenue sont 34 et la moitié du 4 d'en haut sont 36, puis je pose 6 et retiens 3.

8 fois 6 sont 48 et 3 de retenue sont 51 et la moitié du 6 d'en haut sont 54, je pose 4 et avance 5.

D'où la réponse : 546 livres et 17 sols.

Si le chiffre dont on prend la moitié est précédé d'un chiffre impair, il faudra compter 5 de surplus.

L'exemple proposé ensuite par Denoville est hermétique car présente en fait plusieurs difficultés en même temps. Pour le comprendre prenons d'abord le cas de 8764 aunes à 13 sols l'une. Ce choix présente exclusivement un chiffre impair (7) avant le chiffre 4 dont on prend facilement la moitié.

$$8764 \times 13 = 8760 \times 13 + 4 \times 13 = 8760 \times (6 \times 2 + 1) + 4 \times 13 = 8760 \times 6 \times 2 + 8760 + 4 \times 13$$

Ceci donne 876×6 livres et $876 \div 2$ livres et 4×13 sols.

$876 \div 2$ vaut $(866 + 10) \div 2$ c'est-à-dire $433 + 5$,

En appliquant la procédure de Denoville, nous utiliserons la petite moitié, ajouterons 5 et nous dirons :

6×4 font 24, au lieu de 4, je compte 8 et 4 du premier chiffre du haut, ce sont 12 sols et 2 de retenue 6×6 font 36 et 2 de retenue sont 38 et 3 la moitié du 6 du premier chiffre du haut et on ajoute 5, cela fait 46, je pose 6 et retiens 4 6×7 font 42 et 4 de retenue sont 46 et 3 la moitié de 7, cela fait 49, je pose 9 et retiens 4 6×8 font 48 et 4 de retenue sont 52 et 4 la moitié de 8, cela fait 56, je pose 56	$\begin{array}{r} 876 \text{ (4)} \\ 6 \text{ petite moitié} \\ \hline 5496 \text{ livres 12 sols} \end{array}$
--	---

L'exemple donné par Denoville avec 5752 comme multiplicande, présente

- un impair 5 devant 2, il faudra en fait rajouter 2×5 au nombre de sols
- un impair 7 devant le 5, il faudra rajouter 5 à 6×5
- un impair 5 devant 7, il faudra rajouter 5 à 6×7

En effet, $5752 \times 13 = 5750 \times 13 + 2 \times 13 = 5750 \times (6 \times 2 + 1) + 2 \times 13 = 5750 \times 6 \times 2 + 5750 + 2 \times 13$

Ceci donne 575×6 livres et $575 \div 2$ livres et 2×13 sols.

$(575 \div 2)$ livres vaut $287 + \frac{1}{2}$ livre c'est-à-dire 287 livres et 10 sols. Remarquons que le 7 est $2 + 5$, de même le 8 est $3 + 5$! Il faut faire attention au 10 sols ou 2×5 sols à ajouter.

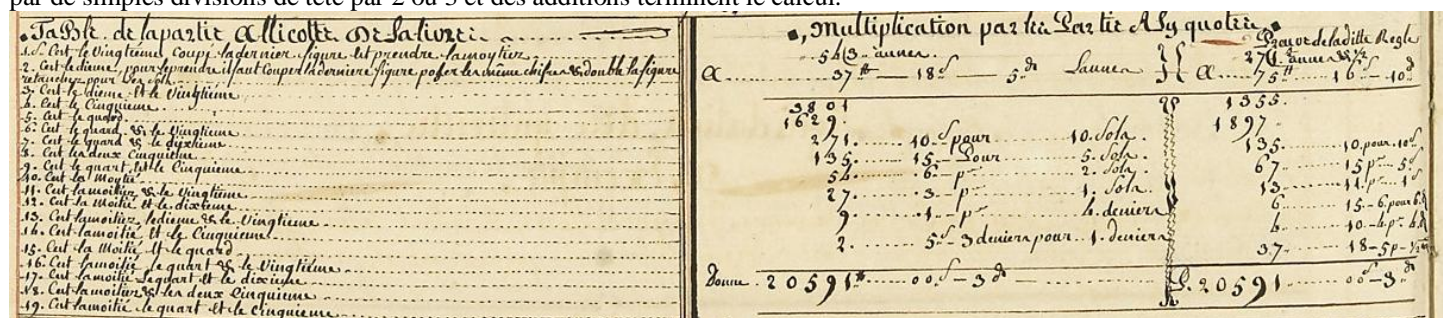
6×2 font 12, j'ajoute 5 d'où 17, au lieu de 7 je compte 14 et 2 du premier chiffre du haut, ce sont 16 sols et 1 de retenue 6×5 font 30 et 1 de retenue sont 31 et 2 la moitié du 5 du premier chiffre du haut et on ajoute 5, cela fait 38, je pose 8 et retiens 3 6×7 font 42 et 3 de retenue sont 45 et 3 la moitié de, j'ajoute 5, cela fait 53, je pose 3 et retiens 5 6×5 font 30 et 5 de retenue sont 35 et 2 la moitié de 5, cela fait 37, je pose 37	$\begin{array}{r} 575 \text{ (2)} \\ 6 \text{ petite moitié} \\ \hline 3738 \text{ livres 16 sols} \end{array}$
--	---

Pour comprendre ce que fait Denoville, il faut toujours avoir en tête qu'une livre vaut 20 sols.

Multiplication par partie aliquote

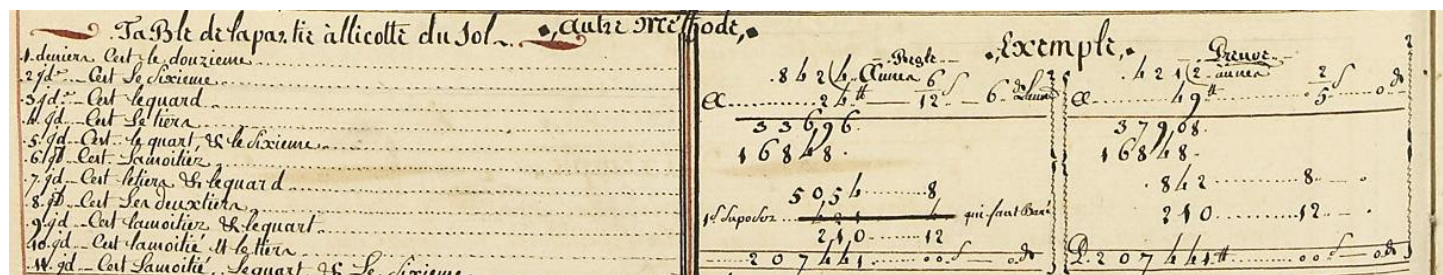
Dans un passé encore récent, un diviseur propre était appelé *partie aliquote* (orthographe peu stabilisée) d'un nombre, du latin *aliquot* qui veut dire « nombre entier de fois, un certain nombre de ».

Denoville propose une table qui donne pour chaque nombre de sols de 1 à 20 une décomposition fractionnaire de la livre. Par exemple, 17 sols valent 10 + 5 + 2 c'est-à-dire la moitié et le quart et le dixième d'une livre. Par suite, pour multiplier par 17 sols et avoir directement le résultat en livres et sols, il suffit de prendre successivement la moitié, le quart et le dixième du nombre. De même, une autre table donne la clef de la multiplication par des deniers (de 1 à 12) puisque le sol a été divisé en 12 deniers. Cette façon de penser est la base de la multiplication par la partie aliquote et la plupart du temps les calculs se font de ligne en ligne par de simples divisions de tête par 2 ou 3 et des additions terminent le calcul.



543 aunes	
à 37 livres ... 18 sols ... 5 deniers	
3801	
1629.	
271 et 10 S pour 10 S	
135 et 15 S pour 5 S	Sur ces quatre lignes, il s'agit de calculer 543 aunes à 18 sols (10 + 5 + 2 + 1)
54 et 6 S pour 2 S	
27 et 3 S pour 1 S	
9 et 1 S pour 4 deniers	Sur ces deux lignes, Denoville calcule 543 fois 5 deniers
2 et 5 S et 3 d pour 1 denier	
20591 et 0 S et 3d	Addition de tout

543 fois 10 sols, se réalise en prenant la moitié, c'est-à-dire 271 livres et 10 sols. A la ligne suivante, la multiplication par 5 sols, revient à prendre le quart de 543 c'est-à-dire la moitié du résultat précédent et ainsi de suite. De même, 4 deniers étant le tiers d'un sol, la multiplication de 543 par 4 deniers est donné par le tiers du résultat pour 1 sol. La somme cherchée est alors l'addition de tous ces résultats. (40 deniers rajoutent 2 livres à 20589). Pour la preuve, on refait une opération semblable en multipliant la moitié de 543 (271 et ½) par le double de 37 livres, 18 sols et 3 deniers c'est-à-dire 75 livres, 16 sols et 10 deniers.



Exemple	
Règle	Preuve
8424 aunes	4212 (moitié de 8424)
à 241 12 S 6 deniers	48 l et 24 S et 12 deniers soit
33696	49 l et 5 S et 0 deniers
16848.	37908
50541 et 8 S pour 12S (les 3/5 de 8424)	16848.
421 l et 4s	842..... 8 S pour 4 S
Intermédiaire, pour 1 s soit 1/20 de 8424 soit 421 l et 2/10 de livre soit 421 l et 4s dont on prendra la moitié à la ligne suivante pour le calcul pour les 6 deniers moitié d'un sol.	210..... 12 S pour 1 S
210 l et 12 S pour 6 deniers	
Comme 8 et 12 = 20 soit 1 livre et 0 sol	Comme 8 et 12 = 20 soit 1 livre et 0 sol
On obtient finalement :	On obtient finalement :
207 441 l et 0 sol et 0 denier	207 441 l et 0 sol et 0 denier