Voici le contenu de la partie 5 de l'arithmétique.
Ici, Denoville nous explique comment opérer avec les fractions.

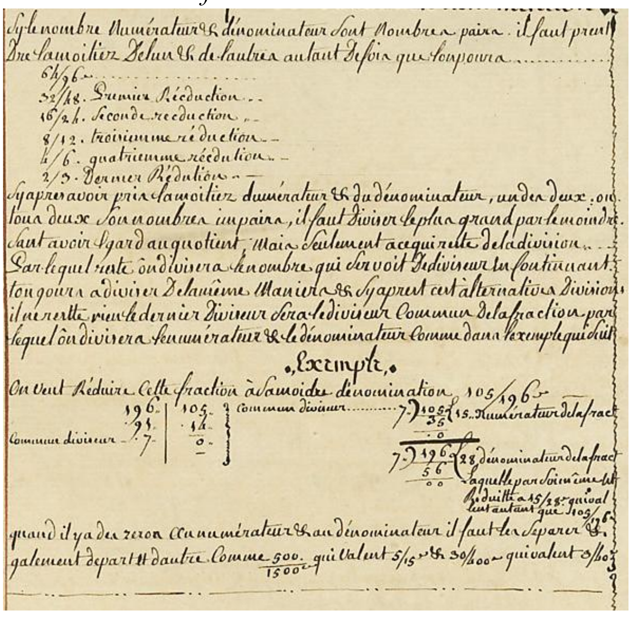
Cinquième partie de l'arithmétique

Elle aborde la notion de fraction. Denoville essaie de définir cet objet à travers quelques exemples. Ensuite il précise que les nombres respectivement supérieur et inférieur sont le numérateur et le dénominateur. Prendre la fraction d'un nombre amène à une division et il retrouve les problèmes d'unité qu'il a déjà traités lors de la présentation de la division dans la deuxième partie.

Définition et valeur d'une fraction

La fraction est une ou plusieurs parties d'un entier comme 5 sols qui sont le quart d'une livre que l'on exprime ainsi ¼. 11 sols sont les 11 vingtième d'une livre, ainsi marqués : 11/20 et en termes plus intelligibles, ce sont 11 parties dont il faut 20 pour faire l'entier ; et 19/32 de toises signifient 19 parties dont il faut 32 parties pour faire une toise.
Le nombre supérieur de la fraction se nomme numérateur et l'inférieur est appelé dénominateur, comme trois cinquième ainsi marqué3 (numérateur/5(dénominateur). Pour savoir la valeur d'une fraction l'on multipliera le numérateur par la valeur de l'entier, et le produit sera divisé par le dénominateur. Par exemple voulant savoir ce que valent 5/7 de toise (une toise vaut 6 pieds, un pied vaut 12 pouces et un pouce vaut 12 lignes), on multipliera 5 par 6 ce sont 30 pieds que l'on divisera par 7et il viendra 4 pieds – on multipliera les deux pieds restants par 12 pour avoir 24 pouces, lesquels divisés par 7 donneront 3 pouces. Il reste 3 pouces faisant 36 lignes que l'on divisera par 7 pour avoir 5 lignes ; l'on trouve que 5/7 de toise font 4 pieds, 3 pouces, 5 lignes et 1/7 de ligne qui est très peu de tissus.

Réduction d'une fraction à moindre dénomination.



Si les nombres numérateur et dénominateur sont nombres pairs, il faut prendre la moitié de l'un et de l'autre autant de fois que l'on pourra. …
64/96
32/48 ; première réduction
16/24 ; deuxième réduction
8/12 ; troisième réduction
4/6 ; quatrième réduction
2/3 ; dernière réduction.
Si après avoir pris la moitié du numérateur et du dénominateur, un des deux ou tous deux sont nombre impair, il faut diviser le plus grand par le moindre, sans avoir égard au quotient ; mais seulement à ce qui reste de la division. Par lequel reste on divisera le nombre qui servait de diviseur en fonctionnant toujours à diviser de la même manière. Si après des alternatives divisions, il ne reste rien, le dernier diviseur sera le diviseur commun de la fraction par lequel on divisera le numérateur et le dénominateur comme dans l'exemple qui suit :

Exemple
On veut réduire cette fraction à la moindre dénomination. 105/196

			Numérateur		*Dénominateur*	
	196	*105*	*105*	*7*	*196*	*7*
	91	*14*	*35*	*15*	*56*	*28*
Commun diviseur :	*7*	*0*	*0*		*0*	

La fraction est réduite à 15/28 qui valent autant que 105/196.

Denoville met en pratique l'algorithme d'Euclide pour obtenir le plus grand diviseur commun à 105 et 196.
Rappelons que celui-ci repose sur des divisions successives :

$$196 = 105 \times 1 + 91$$
$$105 = 91 \times 1 + 14$$
$$91 = 14 \times 6 + 7$$

L'idée est que tout diviseur de 196 et 105 est diviseur de 91 et évidemment de 105
Tout diviseur de 105 et 91 est diviseur de 14 et évidemment de 91
Enfin tout diviseur de 14 et 91 est diviseur de 7. En continuant encore une fois, on trouve le reste nul, ainsi 7 est le dernier reste non nul dans cette série, c'est le PGCD de 196 et 105.
Après simplification par 7, la fraction 105/196 devient : 15/28.

Addition de fractions

Quand plusieurs fractions sont au même dénominateur, il est aisé de faire l'addition. Mettant ensemble tous les numérateurs et posant le dénominateur sous la somme totale,

Lorsque les fractions ont différents dénominateurs, on peut les réduire au même dénominateur en multipliant tous les dénominateurs les uns par les autres. Le produit sera le dénominateur commun, lequel, on divisera par chaque dénominateur et chaque quotient sera multiplié par son numérateur, l'addition des produits donnera le numérateur commun.
Exemple

Voulant réduire à un même dénominateur
2/3 3/4 4/5 5/7

3	*420 est le dénominateur commun*					
× 4	*Pour 2/3*	*....*	*140*	*……* *280*	*Car 420 ÷ 3 = 140*	*140 × 2 = 280*
12	*Pour 3 /4*		*105*	*315*	*Car 420 ÷ 4 = 105*	*105 × 3 = 315*
× 5	*Pour 4/5*		*84*	*336*	*Car 420 ÷ 5 = 84*	*84 × 4 = 336*
60	*Pour 5/7*		*60*	*300*	*Car 420 ÷ 7 = 60*	*60 × 5 = 300*
× 7			*somme*	*1231*		
420						

$\frac{1231}{420}$ *ou : 2 et* $\frac{491}{420}$

Si le plus grand dénominateur commun peut être divisé précisément par chacun des moindres On multipliera chaque quotient par son numérateur et la réduction sera faite.

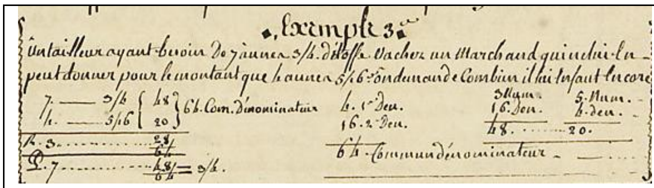
2/3	*14*
5/7	*15*
8/21	*8*
somme	*37*

Réponse : $\frac{37}{21}$ *ou* $1\ \frac{16}{21}$

Soustraction des fractions

Les fractions étant réduites à un moindre dénominateur, il n'y a pas plus de différence à faire que si c'était des entiers

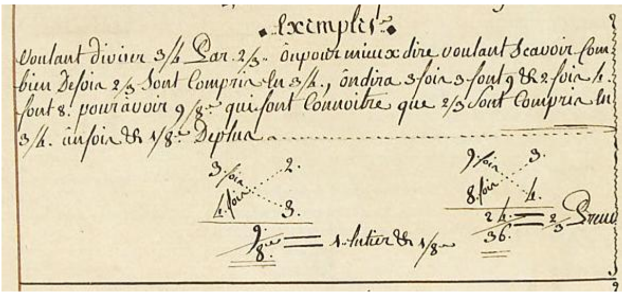
Exemple 3
Un tailleur ayant besoin de 7 aunes ¾ d'étoffe va chez un marchand qui ne lui en peut donner pour le montant que 4 aunes 5/16, on demande combien il lui en faut encore.


Exemple 3e
Un tailleur ayant besoin de 7 aunes 3/4 d'étoffe va chez un marchand qui ne lui en peut donner pour le montant que 4 aunes 5/16 on demande combien il lui en faut encore
7 — 3/4 { 48 } 64 Com. dénominateur
4 — 5/16 { 20 }
R. 3 ... 28/64
P. 7 ... 48/64 = 3/4
4 1er den. 16 2e den. 3 Num. 16 Den. 48 ... 5 Num. 4 den. 20
64 Commun dénominateur

	7 $\frac{3}{4}$	numérateurs	48	64 : commun dénominateur
	4 $\frac{5}{16}$		20	
Reste	3		$\frac{28}{64}$	

Multiplication des fractions

Cette multiplication est très facile, car il faut que multiplier les numérateurs l'un par l'autre et aussi les dénominateurs l'un par l'autre. Six exemples illustrent ce thème.
Cette division se fait en multipliant les nombres par les dénominateurs.


Exemple 1er
Voulant diviser 3/4 par 2/3 ou pour mieux dire voulant sçavoir combien de fois 2/3 sont compris en 3/4, on dira 3 fois 3 font 9 et 2 fois 4 font 8 pour avoir 9/8 qui font connoître que 2/3 sont compris en 3/4 une fois et 1/8 de plus
3 fois 2. 4 fois 3.
9/8 = 1 entier et 1/8
9 fois 3. 8 fois 4. 24/36 = 2/3 Preuve

Voici le premier des neuf exemples qu'il propose :

Voulant diviser 3/4 par 2/3 ou pour mieux dire voulant savoir combien de fois 2/3 sont compris en 3/4 , on dira 3 fois 3 font 9 et 2 fois 4 font 8 pour avoir 9/8 qui font connaître que 2/3 sont compris en 3/4 : 1 fois et 1/8.
Pour coder le produit de 3/4 par 2/3, il fait un système de pointillés en croix.

Exemple 4
Si une aune d'étoffe coûte 12 livres et 1/2 , on demande combien coûteront ¾ d'aune

Exemple 5
On demande la superficie d'un miroir qui a 4 pieds de long sur 2 2/3 de large

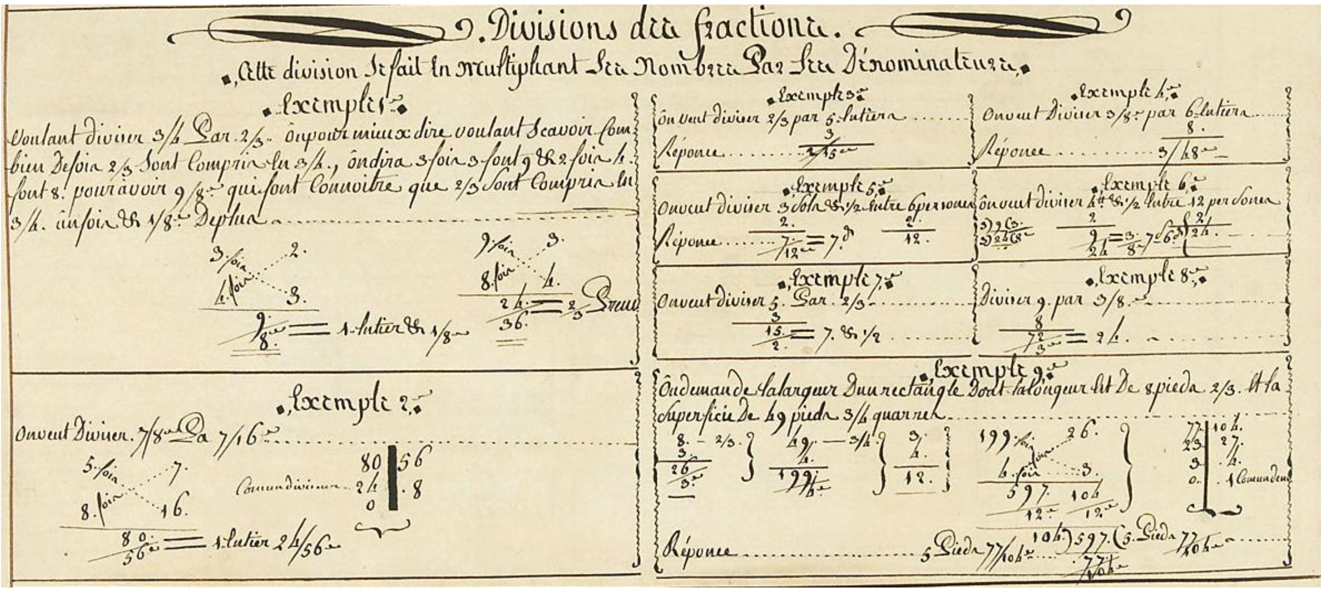
Exemple 6
On demande ce qu'il faut de pierre pour tapisser une muraille qui a 32 pieds et 1/2 de long sur 18 3/4 de hauteur

Cas de la manipulation de plusieurs fractions

Pour multiplier plusieurs entiers par une fraction, l'on multiplie les nombres des entiers par le numérateur de la fraction et le produit sera divisé par le dénominateur.

La réduction des fractions se fait en multipliant tous les numérateurs l'un par l'autre et aussi tous les dénominateurs et ainsi pour savoir ce que valent les 3/4 des 2/3 des 2/5d'écu, il faut dire 3 fois 2 font 6 et 2 fois 6 font 12 pour numérateur, en second lieu, il faut dire 4 fois 3 font 12et 5 fois 12 font 60 pour dénominateur de sorte que ces fractions sont réduites à 12/60 1/5autrement : 12 sols
Remarque : 1 écu vaut 3 livres ou 60 sols d'où la réponse.

Division des fractions
Cette division se fait en multiplianles nombres par les dénominateurs



Divisions des fractions.

Cette division se fait en multipliant ses nombres par ses dénominateurs.

Exemple 1er

Voulant diviser 3/4 par 2/3 ou pour mieux dire voulant scavoir combien de fois 2/3 sont compris en 3/4, on dira 3 fois 3 font 9 et 2 fois 4 font 8 pour avoir 9/8 qui font connoitre que 2/3 sont compris en 3/4 une fois et 1/8 de plus

9/8 = 1 entier et 1/8

Exemple 2e

On veut diviser 7/8 par 7/16

80/56 = 1 entier 24/56

Exemple 3e

On veut diviser 2/3 par 5 entiers

Réponse ... 2/15

Exemple 4e

On veut diviser 3/8 par 6 entiers

Réponse ... 3/48

Exemple 5e

On veut diviser 3 aunes et 1/2 entre 6 personnes

Réponse ... 7/12

Exemple 6e

On veut diviser 4 et 1/2 entre 12 personnes

Exemple 7e

On veut diviser 5 par 2/3

15/2 = 7 et 1/2

Exemple 8e

Diviser 9 par 3/8

72/3 = 24

Exemple 9e

On demande la largeur d'un rectangle dont la longueur est de 8 pieds 2/3 et la superficie de 49 pieds 3/4 quarrés

Réponse ... 5 pieds 77/104

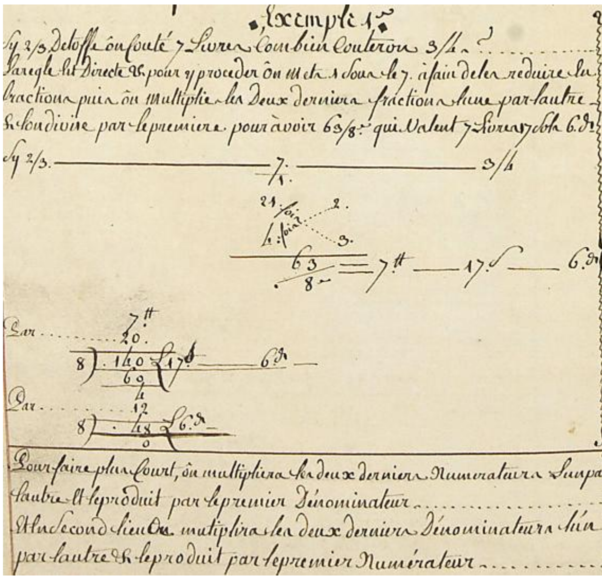
Pour l'exemple 1
Voulant diviser 3/4 par 2/3 ou pour mieux dire voulant savoir combien de fois 2/3 sont compris en 3/4 , on dira 3 fois 3 font 9 et 2 fois 4 font 8 pour avoir 9/8 qui font connaître que 2/3 sont compris en 3/4 : 1 fois et 1/8

$$\frac{9}{8} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{1}{8}$$

Cela ressemble à notre pratique …

Règle de trois en fractions

Denoville dit : Cette règle se fait comme celle des entiers, ce qu'il illustre par deux exemples.



Exemple 1er

Si 2/3 d'étoffe ont couté 7 livres combien couteront 3/4 ?

La règle est directe et pour y procéder on met 1 sous le 7 afin de les réduire en fractions puis on multiplie les deux dernières fractions l'une par l'autre et l'on divise par la première pour avoir 63/8 qui valent 7 livres 17 sols 6 deniers

63/8 = 7 livres 17 sols 6 deniers

Pour faire plus court, on multipliera les deux derniers numérateurs l'un par l'autre et le produit par le premier dénominateur. Et au second lieu on multipliera les deux derniers dénominateurs l'un par l'autre et le produit par le premier numérateur.

Voici le premier :
On retrouve la disposition des calculs d'une règle de trois.
Si 2/3 d'étoffe ont coûté 7 livres, combien coûteront 3/4 ?...

La règle est directe et pour y procéder on met sous le 7 afin de les réduire la fraction puis on multiplie les deux dernières fractions l'une par l'autre
c'est-à-dire : on remplace 7 par 7/1 qui est multiplié par 3/4 d'où le 21/4 *et l'on divise par la première*(il s'agit de 2/3*) pour avoir 63/8*
On retrouve les pointillés en croix préconisés par Denoville pour la division des fractions.
63/8 qui valent 7 livres 17sols et 6 deniers.