La sixième partie se termine sur une suite de petits problèmes qui n'ont aucun lien entre eux, l'objectif commun est, semble-t-il, de présenter des défis pour l'esprit accompagnés de solutions astucieuses.

RÈGLES CURIEUSES

Exemple 1

Un homme .... est interrogé. Combien il avait d'écus répondit que les comptant de 5 en 5, il en restait 4, les comptant 7 à 7, il lui restait 6 et 9 à 9, il lui restait 8. On demande combien il avait d'écus.

	5
par	*7*
somme	*35*
par	*9*
somme	*315*
ôte	*-1*
réponse	*314*

Dans cet exemple, deux séries de nombres sont en jeu : les bases 5, 7, 9 des trois façons de compter et les trois restes : 4, 6, 8. La solution du problème semble être de retrancher 1 du produit des trois bases. Quelles sont les conditions d'application de cette règle ? Faut-il que les bases soient des entiers impairs qui se suivent ? Des entiers premiers entre eux ? Les restes doivent-ils être pairs ? pris de deux en deux ? Pouvons nous appliquer la procédure à plus de trois bases ?

En fait nous pouvons remarquer que si nous prenons pour bases des entiers quelconques en n'importe quelle quantité: a_1, a_2 …a_n, pour appliquer la procédure il suffit que les restes soient $a_1 – 1$, $a_2 – 1$ … $a_n – 1$.
En effet
Considérons le nombre : $a_1 \times a_2 \times\ldots \times a_n - 1 - (a_1 - 1) = a_1 \times a_2 \times\ldots \times a_n - a_1$
$= a_1 \times (a_2 \times\ldots \times a_n - 1)$
donc $a_1 \times a_2 \times\ldots \times a_n - 1 - (a_1 - 1)$ est divisible par a_1 donc la division de $a_1 \times a_2 \times\ldots \times a_n - 1$ par a_1 a pour reste : $a_1 – 1$.
Par exemple soit une somme d'écus. Si nous la comptons de 6 en 6, il reste 5, si nous la comptons de 9 en 9, il reste 8 et si nous la comptons de 15 en 15 il reste 14.
En appliquant la règle, le nombre envisagé est 6 × 9 × 15 – 1 = 809.
Nous pouvons vérifier que les restes des divisions de 809 par 6, par 9 et 15 sont respectivement 5, 8 et 14.
En effet, 809 = 6 × 134 + 5, 809 = 9 × 89 + 8 et 809 = 15 × 53 + 14.

Exemple 2

Un ouvrier gagne tous les jours 20 sols et est aidé d'un autre qui ne gagne que 1 sol la première journée, 2 sols la seconde, 3 sols la troisième 4 la quatrième et ainsi des autres, en continuant, je demande en combien de temps il aura gagné autant que l'autre.

	20	
par	*2*	
	40	
ôter	*- 1*	
réponse	*39*	*jours*

Pour généraliser cet exemple, une personne qui gagne 1 sol le premier jour, 2 sols le deuxième … n sols le nième jour, a gagné au bout de ces n jours une somme S égale à : 1 + 2 + … + n sols.
Or en ajoutant à cette somme la même écrite à l'envers, nous avons :

(1 + 2 + ...
+ n)
+ *(n + n – 1 + ...*

$+ 1)$

$(n + 1) + (n + 1) + ... + (n + 1)$

Donc 2S = n(n + 1) soit S = $\frac{1}{2}n(n+1)$

Au bout de ces n jours, celui qui gagne g sols par jours a gn sols. Ceci conduit à résoudre l'équation :

$\frac{1}{2}n(n+1) = gn$

soit $n + 1 = 2g$ ainsi $n = 2g – 1$.

Ce qui justifie la réponse de cet exemple ; pour $g = 20$, $2g – 1 = 39$.

Exemple 3

Un ouvrier gagne tous les jours 30 sols et son compagnon ne gagne qu'un denier le premier jour, 2 le second, 3 le troisième jour et on demande en combien de temps il aura gagné autant que le premier.

Même situation que précédemment, le sol vaut 12 deniers, l'ouvrier gagne 30 ×12 = 360 deniers par jours.

Exemple 5

Un jeune homme demande à une jeune demoiselle quel âge elle avait. Elle lui répondit qu'elle ne le savait pas, mais que sa mère, lorsqu'elle la mit au monde avait 40 ans et que leurs âges étant multipliés ensemble, le produit de la somme faisait 969 nombres. On demande l'âge de la mère et de la demoiselle sa fille.

40	*Age qu'avait la mère lorsqu'elle a mis au monde*
20	*Moitié des 40*
20	*Par soi-même*
400	*carré*
969	*A ajouter*
1369	

Calcul de la racine de 1369

1369	*37*
9	
469	
67	
00	

37	*Racine de 1369*
20	*Moitié de l'âge de la mère*
57	*Age de la mère*

37	*Racine de 1369*
20	*Moitié de l'âge de la mè*
17	*Age de la fille*

57	
17	
399	
57 .	
969	*Preuve*

Supposons que l'âge de la fille soit a.

A sa naissance, sa mère avait 40 ans donc celle-ci a pour âge actuellement 40 + a. Le produit des âges est actuellement de 969, c'est aussi $(40 + a)a = 40a + a^2$, en ajoutant le carré de 20 on obtient : 202 + 2×20a + a2 = 400 + 969

Donc (20 + a)2 = 1369

Soit : 20 + a = 37, à travers ceci nous retrouvons le procédé de Denoville et ses réponses : a = 17 et a + 40 = 57

Exemple 6

Une fille est allée au marché vendre des œufs , elle dit que si elle vendait tous ses œufs à 6 deniers pièce qu'elle aurait de quoi acheter une paire de souliers et une paire de bas et qu'elle aurait encore 5 sols de reste mais que si elle ne les vend que 5 deniers, il faut qu'elle empreinte 3 sols. On demande le prix des bas, des souliers et combien elle avait d'œufs.

Les 5 deniers qu'elle aurait de reste, les réduire en deniers qui font	*60*		
Les 3 sols qu'elle aurait emprunter, réduits en deniers	*36*	*ajouter*	
Elle avait d'oeufs	*96*	*oeufs*	
Ce qu'elle aurait vendu à 5 deniers la pièce	*5*		
Produit	*480*		
Pour les trois sols qui sont	*36*		
	516	*12*	*div*
	36	*42*	*sols*
	00		

Réponse, les bas et les souliers lui ont coûté 42 sols.

Dans cette situation, l'important est que les deux prix unitaires des œufs diffèrent d'une unité.

Si n est le nombre d'œufs, à 6 deniers, ils rapportent 6n deniers et à 5 deniers, ils rapportent 5n deniers. La différence des deux sommes est donc de n deniers. Or cette différence est de 5 + 3 sols soit 96 deniers. Ainsi n = 96.

Manière pour jauger les vaisseaux en France, à raison de 42 pieds cube par tonneau, supposant les proportions suivantes

Le volume de charge des navires doit être connu pour la perception des droits que le souverain lève sur les marchandises. La valeur exacte est difficile à trouver, demande des mathématiques de bon niveau, on se contente donc d'une valeur approximative la plus proche possible mais avec des contraintes fortes. En effet, il faut utiliser une méthode rapide, applicable par des personnes peu instruites, suivant des règles communes à tous les navires et à tous les ports du royaume.
Il faut savoir que d'une part il est habituel de considérer que le volume de charge d'un navire est des deux tiers de sa capacité intérieure, que d'autre part l'unité est le tonneau de 2000 livres dont la capacité est évaluée à 28 pieds cubes[1]. Le processus montré par Denoville consiste à apprécier la capacité intérieure du vaisseau en le considérant comme un parallélépipède dont la largeur et la profondeur sont chacune la moyenne de trois mesures et la longueur est connue. Puis on divise cette capacité par 42 (42/28 vaut 3/2) pour obtenir le volume de charge. Le tonnage obtenu est approximatif et pourrait à juste titre être contesté !

Exemple 1er

Je veux savoir le port d'un navire de 96 pieds de quille et de 32 pieds 6 pouces et de 13 pieds 9 pouces de creux

			Tiré du creux	*12 pieds*	*4 lignes*[2]
Creux du milieu	*13 pieds*	*3 pouces*	*Tiré du large*	*22 pieds*	*6 pouces*[3]
Creux en avant	*11 pieds*	*1 pouce*	*Pour 12 × 22*	*264*	
Creux en arrière	*11*	*9 pouces*	*12 × 1/2*	*6*	
somme	*36*	*1 pouce*	*(22 × 1/36) + 1/24*	*négligé*	
Le tiers	*12*	*4 lignes* voir (1)	*Total*	*270*	
Largeur au milieu	*32*	*6 pouces*	*Longueur du vaisseau*	*96*	
Largeur en avant	*14*	*10 pouces*		*162*	
Largeur en arrière	*20*	*2 pouces*		*243 .*	
Somme	*67*	*6 pouces*	*Total et division*	*25920*	*42*
Le tiers est de	*22*	*6 pouces* voir (2)			*617*
			Réponse : 617	*tonneaux*[4]	

Rappel :

1 pied = 12 pouces

1 pouce = 12 lignes

Il faut multiplier le tiré du creux par celui de la largeur et le produit le multiplier par la longueur du vaisseau et ce produit le diviser par 42 pieds cube pour les tonneaux.
Denoville considère que le navire correspond à un parallélépipède dont la profondeur est la moyenne des profondeurs, la largeur celle des largeurs (avant-centre-arrière) et dont la longueur est donnée. Il fait donc le produit de ces trois grandeurs pour obtenir le volume. Comme les tonneaux sont de 42 pieds-cube
(1) La moyenne des trois mesures de creux ou de profondeurs est 12 pieds et 4 lignes.
(2) La moyenne des trois mesures de largeur est 22 pieds et 6 pouces.
(3)
La capacité intérieure du navire est de 25 920 pieds cubes

[1] D'après *La théorie et la pratique du jaugeage des tonneaux des navires et de leurs segments*, Pezenas, 1749.
[2] 4 lignes valent 1/3 pouces ou 1/36 pieds
[3] 6 pouces valent ½ pied
[4] Denoville trouve 608 car il a mal évalué les produits dus à la présence des 4 lignes et 6 pouces mais ceci n'a pas d'importance car les évaluations du creux et de la largeur sont très approximatives.