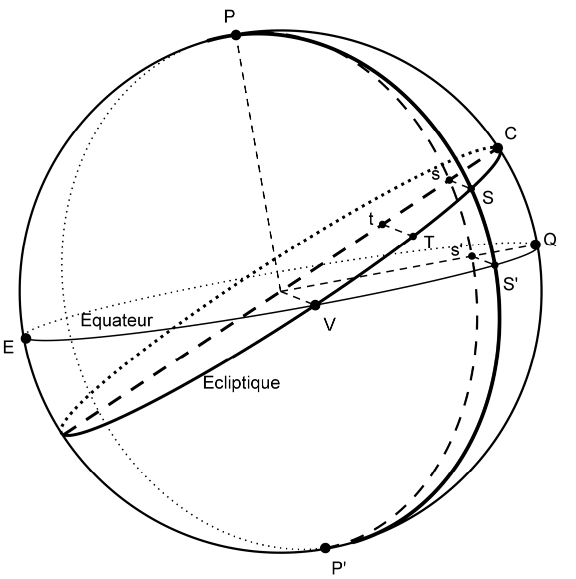
Recherche de la déclinaison par le quartier de sphérique

Le quartier sphérique est pour le navigateur la projection orthographique de la sphère céleste. Le plan de projection dépend des besoins. Pour travailler dans la sphère locale, on adopte le plan perpendiculaire au méridien du lieu, passant par le zénith. Pour travailler dans la sphère céleste, on prend comme plan de projection, le plan contenant les pôles et les points solsticiaux. De ce fait un quart d'écliptique correspond à trois signes d'une même saison et vaut 90°. La projection orthographique de la sphère céleste se fait donc selon un axe qui joint les deux points vernaux. La base du quartier est l'équateur et le centre du quartier est le point vernal *V* à partir duquel est comptée l'ascension droite[1].

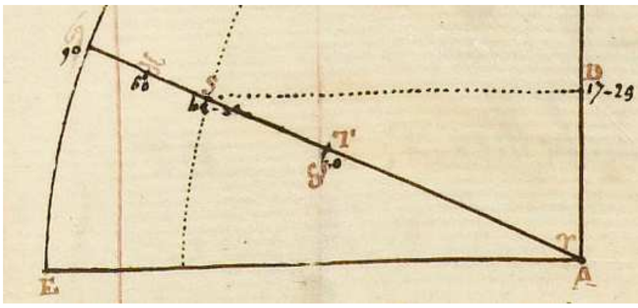
Le quartier sphérique permet de résoudre nombreuses questions astronomiques, Denoville en aborde 12. Nous reprenons la première, particulièrement simple. Il s'agit du problème suivant : ***Le lieu du soleil au zodiaque étant donné c'est à dire le signe en degrés et minutes dans l'écliptique, trouver la déclinaison*. *D 114*** Que nous étudions sur un exemple particulier *:* ***Le soleil étant haut de 18° dans le Taureau au printemps, on demande la déclinaison et de quel côté.*** **D. 115**

Comme on peut le constater, le résultat 17° 25' est donné avec des explications succinctes, mais Denoville a expliqué auparavant ce qu'il fallait faire : *il faut compter le lieu du soleil au zodiaque sur l'écliptique à commencer par le centre du quartier et regarder sur quel parallèle se sont rencontrés, puis conduire cette parallèle sur la ligne des 6 heures*[2] *; elle marquera la déclinaison du soleil depuis le centre jusqu'au dit parallèle qui sera toujours du même côté du signe, c'est à dire que la déclinaison sera Nord si le soleil est dans un signe du Nord, ou Sud si le soleil est dans un signe du Sud.* ***D114***



La situation peut se visualiser ainsi sur la sphère céleste[3] :
Le soleil est en *S* sur l'écliptique, et l'arc d'écliptique $\widehat{TS}$ = 18° (*T* désigne le début du signe du Taureau sur l'écliptique).
Si bien que $\widehat{VS} = \widehat{VT} + \widehat{TS}$ = 30° + 18° = 48°. Il s'agit donc de placer convenablement le Soleil sur le quartier sphérique. Il est sur l'écliptique à 48° du point vernal qui lui, se lit au centre du quartier sphérique.

On demande la déclinaison $\widehat{S'S}$. Elle est Nord parce que le soleil est dans le signe du Taureau, signe situé au Nord de l'équateur céleste.



Le soleil est à 18° dans le Taureau.
La réponse 17° 25' est lue sur l'axe vertical.

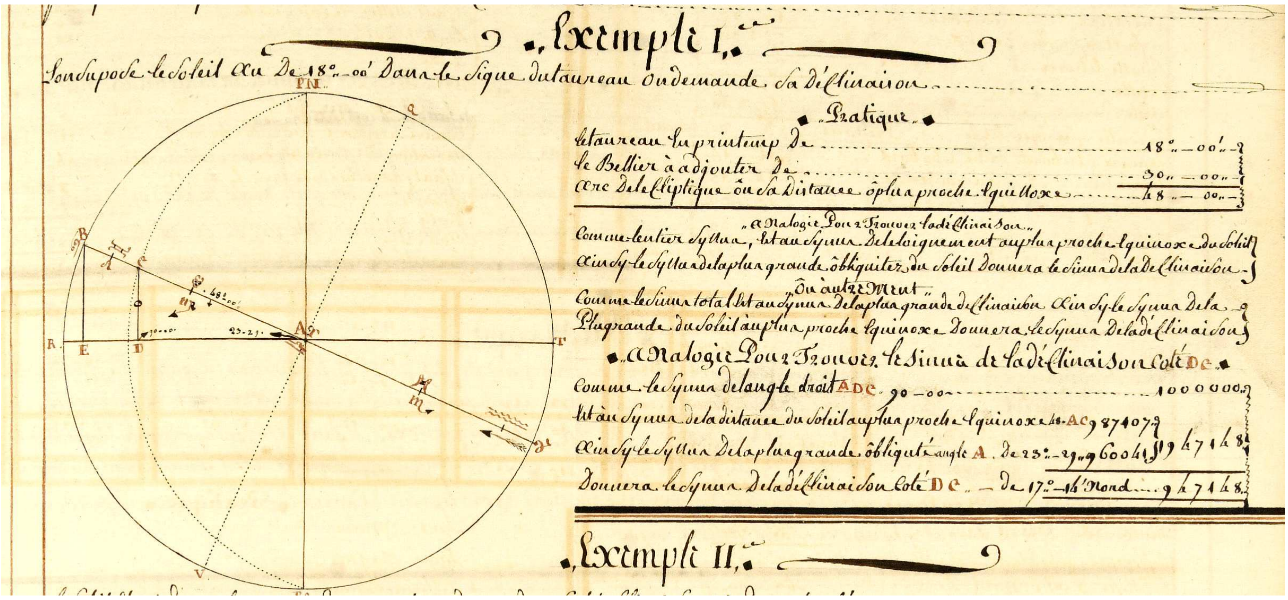
Compte tenu de la qualité de l'instrument (voir le point rouge indiqué sur le quartier de Pézenas) on pourra s'étonner de la précision obtenue par Denoville : 17°25'. Cette réponse a sans doute été obtenue par le calcul et la solution graphique n'est alors qu'une opération de contrôle de la vraisemblance du résultat.

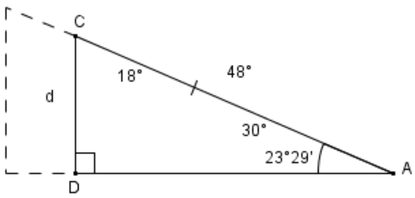
---

[1] Selon la saison, le centre du quartier sphérique sera l'un ou l'autre des deux points vernaux : début du Bélier ou début de la Balance
[2] C'est le segment vertical du quartier sphérique, à l'aplomb duquel on lit les 6 heures…
[3] La question peut se régler par la trigonométrie sphérique en résolvant le triangle sphérique rectangle *VSS'*. On connaît l'angle droit de sommet *S'*, l'angle de sommet *V*, et le côté *VS*.

Recherche de la déclinaison par la trigonométrie sphérique

Denoville reprend sous le titre ***Résolution des questions astronomiques par les sinus logarithmes*** quelques-unes des questions qu'il a résolues avec le quartier sphérique et qu'il aborde par la trigonométrie sphérique. L'une d'elle est exactement la même que l'exemple I de la page 115 : ***On suppose le soleil à 18° dans le signe du taureau. On demande sa déclinaison*** **D. 193**





L'angle entre l'équateur céleste et l'écliptique est permanent et vaut 23°29'

Le taureau en printemps de	*18°00*	
Le Bélier à ajouter de	*30°00*	
Arc de l'écliptique ou distance au plus proche équinoxe	*48°00*	
[…]		
Analogie pour trouver le sinus de la déclinaison, coté DC		
Comme le sinus de l'angle droit ADC 90°00	*10000000*	
Est au sinus de la distance du soleil au plus proche équinoxe AC	*987407*	
Ainsi le sinus de la plus grande obliquité angle A de 23°29'	*960041*	*1947148*
Donnera le sinus de la déclinaison, coté DC de 17°14' Nord		*947418*

Lorsque le soleil est à 18°00' dans le Taureau, la déclinaison du soleil est de 17°14'Nord. Cette solution est accompagnée d'une figure représentant une projection de la sphère céleste. Exprimé avec le symbolisme contemporain, le raisonnement peut ainsi être décrit :

La formule utilisée est la loi des sinus dans un triangle sphérique : $\dfrac{\sin\hat{A}}{\sin\widehat{BC}}=\dfrac{\sin\hat{B}}{\sin\widehat{AC}}=\dfrac{\sin\hat{C}}{\sin\widehat{AB}}$.

Denoville applique ce théorème au triangle sphérique ADC : $\dfrac{\sin 90°}{\sin 48°}=\dfrac{\sin 23°29'}{\sin d}$.

Cette formule équivaut à la loi des sinus dans un triangle plan, à savoir : $\dfrac{\sin\hat{A}}{BC}=\dfrac{\sin\hat{B}}{AC}=\dfrac{\sin\hat{C}}{AB}$

Denoville n'emploie pas un langage algébrique, il utilise une analogie, c'est à dire qu'il traduit l'égalité algébrique $\dfrac{(1)}{(2)}=\dfrac{(3)}{(4)}$

où la quantité (4) est toujours l'inconnue, par une expression de la forme :
« la quantité (1) est à la quantité (2) comme la quantité (3) sera à la quantité (4) ».

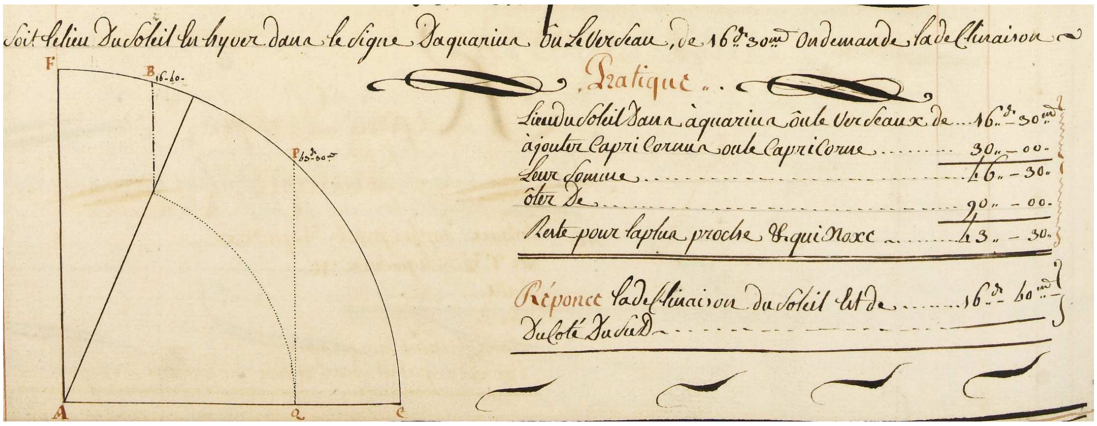
La solution est établie par un banal calcul de logarithmes puisque cette formule se prête admirablement à l'usage de ceux-ci. Nous développons cette question à propos de la trigonométrie plane.

On peut sans peine avec une calculatrice obtenir la réponse donnée par Denoville soit 17°14' : on remarquera que ce résultat est proche de celui qui a été obtenu par le seul quartier sphérique, à savoir 17°25'. Pézenas en 1766, professeur d'hydrographie à Marseille, vantait celui-ci comme moyen de contrôle des calculs : « Il y a des problèmes d'Astronomie que l'on résout fort aisément et avec assez d'exactitude par le moyen du quartier sphérique ; on en résout même plusieurs par sa seule inspection. Son plus grand défaut consiste en ce que les degrés deviennent trop petits en s'éloignant du centre de projection, en sorte qu'on ne peut plus les distinguer aux extrémités. [...] Ces projections sont très utiles pour vérifier les calculs astronomiques ».

Recherche de la déclinaison par le quartier de réduction

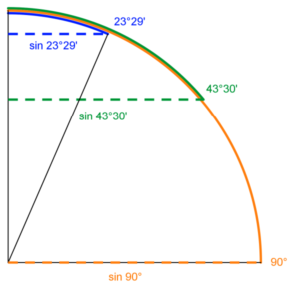
***Soit le soleil en hiver dans le signe d'Aquarius ou Verseau de 16°30'. On demande la déclinaison.* D. 108**

Il s'agit du premier type de problème que Denoville résout par le quartier de réduction, un objet utilisé pour le calcul de routes et sur lequel nous nous sommes déjà penchés[4]. Denoville suit pour ces questions astronomiques par le quartier de réduction une démarche que l'on trouve dans certains traités de navigation de l'époque, mais de manière parfois différente[5]. Remarquer que l'exemple n'est pas exactement le même que celui qui est utilisé pour le quartier sphérique et la trigonométrie sphérique, à savoir 18° dans le signe du Taureau.

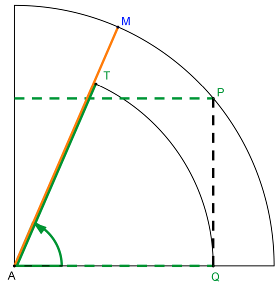


Lorsque le soleil est à 16°30' dans le Verseau, la déclinaison du soleil est de 16°40' Sud. Denoville donne le résultat directement après avoir pris le soin de préciser la distance du soleil au point équinoxial, soit 43°30' Voir page XXX , Le résultat 16°40' est l'aboutissement d'une brève manipulation si on dispose du quartier de réduction, ou d'une lecture directe sur le dessin avec une échelle des cordes. Nous avons reconstitué la démarche qui sous-tend cette pratique.

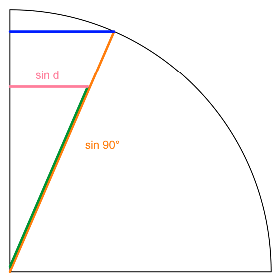
Comme dans le cas étudié en page précédente avec le calcul de trigonométrie sphérique, la propriété qu'utilise Denoville traduite en langage des proportions donne : $\dfrac{\sin 90°}{\sin 46°30'} = \dfrac{\sin 23°29'}{\sin d}$. où *d* est la déclinaison cherchée. On peut visualiser la formule en utilisant une configuration des triangles semblables, ou si on préfère, une configuration de Thalès. Nous expliquons le raisonnement en image.



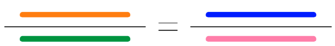
On utilise 23°29' déjà inscrit sur le quartier de réduction.
On place 43°30'
On repère leurs sinus.

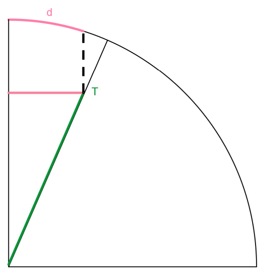


On transporte le sinus 43°30 deux fois de suite.
On se rappelle que sin 90° est le rayon.



On observe la propriété de Thalès





Or $\dfrac{\sin 90°}{\sin 46°30'} = \dfrac{\sin 23°29'}{\sin d}$)
Donc = sind.
On place d et on lit 16°40'

Pratiquement, on place le fil suivant AP à la graduation 43°30', on descend le fil pour obtenir son projeté Q, endroit auquel on enfonce une aiguille dans le fil. Puis on reporte cette longueur en plaçant e le fil et son aiguille suivant l'écliptique AM. On repère le point T indiqué par l'aiguille. Enfin on remonte sur le quart de cercle pour lire *d*, soit ici 16°40'. Par le calcul, la formule sous jacente aurait donné 15°55'. Notons qu'il ne s'agit nullement d'une projection de la sphère céleste, mais d'un usage des lignes trigonométriques.

Les auteurs des traités de navigation étaient conscients du fait que le quartier de réduction n'était pas l'outil le plus approprié à la résolution des questions astronomiques. « Le quartier de réduction me paraît trop mystérieux, lorsqu'on l'applique à la solution des problèmes astronomiques ; je ne perdrai pas mon temps à développer ces mystères. Le quartier sphérique vaut mieux. »[6] disait Pézenas en 1766. Mais comme Blondel, qui en 1671, écrivait « quoique le quartier de réduction ne soit pas si juste que la calculation des triangles sphériques pour résoudre des questions astronomiques, je ne laisserai pas de donner quelques problèmes pour faire connaître toutes les belles qualités du quartier de réduction », nous n'avons pas résisté au plaisir de vous le faire découvrir sur les pas de Denoville.

[4] Dans le manuscrit p. 71. Un fac-similé du quartier conservé à la médiathèque de Dieppe est mis en ligne.
[5] Blondel utilise les projections, Bouguer, comme lui, des proportions, mais pas toujours les mêmes et Le Cordier, par contre, ne traite pas ces questions.
[6] Esprit Pézenas, *l'Astronomie des marins, ou nouveaux éléments d'astronomie à la portée des marins,* 1766