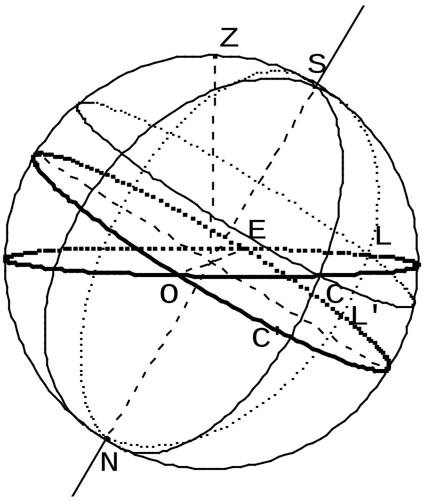
***Quatrième question* page 196**

*La latitude d'un lieu et la déclinaison du soleil étant données, trouver la différence ascensionnelle, l'heure de son lever et coucher et la longueur du jour et de la nuit.*

Il explique la marche à suivre. *Il faut faire cette règle de proportion ; comme la tangente complément de la latitude est au sinus total, ainsi la tangente de la déclinaison donnera la différence ascensionnelle. Ou autrement comme le sinus total est à la tangente de la hauteur du pôle, ainsi la tangente de la déclinaison donnera la différence ascensionnelle.*

Denoville présente cinq exemples mais les trois derniers correspondent à des situations extrêmes (déclinaison supérieure à 23°29' ; latitude voisine de 90° ou de 0°)

Examinons le premier : *étant par la latitude de 60° 00' du côté du Sud, la déclinaison du soleil étant de 19° 00' aussi Sud, on demande l'heure du lever et du coucher du soleil et la longueur du jour et de la nuit*.




La figure traduit la situation. Le soleil se lève en *L* sur l'horizon vers l'Est (point *E* de l'horizon), et se couche en *C* sur l'horizon vers l'Ouest (point *O* de l'horizon).

Le grand cercle *SLN* coupe l'équateur en *L'* et le grand cercle *SCN* coupe l'équateur en *C'*

La latitude du lieu 60° Sud est la mesure de l'arc séparant le zénith *Z* de l'équateur, mais aussi celle de l'arc séparant le pôle *S* de l'horizon, c'est à dire la hauteur du pôle sur l'horizon.

La course diurne du soleil est le petit cercle parallèle à l'équateur, à 19° de celui-ci du côté du Sud.

La différence ascensionnelle est la mesure de l'arc d'équateur $\overset{\frown}{OC'} = \overset{\frown}{EL'}$ .

La règle donnée par Denoville correspond à la formule suivante de trigonométrie sphérique appliquée dans le triangle sphérique rectangle *OCC'* (ou *ELL'*) : $\tan\hat{O} = \dfrac{\tan\overset{\frown}{CC'}}{\sin\overset{\frown}{OC'}}$ ; l'angle $\hat{O}$ est le complément de la latitude soit ici 30° et l'arc $\overset{\frown}{CC'}$ est la déclinaison 19°. L'arc $\overset{\frown}{OC'}$ est la différence ascensionnelle cherchée.

L'heure du lever est l'angle horaire du point *L* et s'obtient en soustrayant 90° et la différence ascensionnelle. L'heure du coucher est l'angle horaire du point *C* et peut s'obtenir en soustrayant 180° (l'arc $\overset{\frown}{OE}$) à l'heure du lever. Puis il convient de convertir en heures (1h = 15°)

Voyons la solution (confuse) de Denoville, accompagnée d'une figure fausse qui correspond à une latitude de 30° et non de 60°. La hauteur du pôle qui correspond à la latitude doit valoir 60° ; les calculs correspondent à une latitude de 30° et non de 60°. La valeur obtenue pour la différence ascensionnelle, 11° 28', est exacte si on suppose que la latitude vaut 30° et la colatitude 60°. ($\dfrac{\tan 19°}{\tan 60°} \approx$ 0,1989 et $\sin^{-1}$ (0,1989) ≈ 11°28')