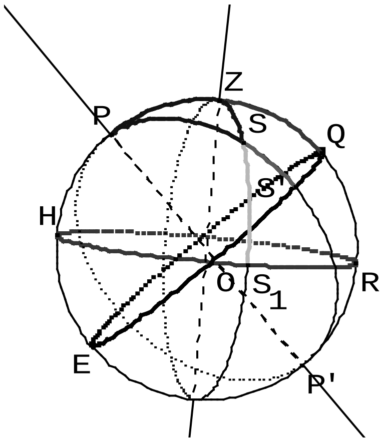
***Sixième question* page 199**
De l'azimut
L'azimut est l'arc de l'horizon compris entre le méridien du lieu et le cercle vertical qui passe par l'astre. Pour trouver l'azimut, il faut connaître trois choses : la latitude du lieu, la déclinaison et la hauteur du soleil sur l'horizon.
Denoville énonce la règle puis traite deux exemples. Le premier correspond à une situation simple : le soleil est à l'équateur et la question se règle par la trigonométrie dans un triangle sphérique rectangle. Le deuxième présente pour la première fois une utilisation de la trigonométrie sphérique dans un triangle sphérique quelconque (le « célèbre » triangle *PSZ* déjà rencontré lors de l'utilisation du quartier sphérique). Cette question a été traitée par le quartier sphérique à la question V de la page 118.
La latitude d'un lieu étant de 47°48'du côté Nord, la déclinaison du soleil étant de 10°40' aussi Nord, et la hauteur horizontale de 38°52', on demande son azimut, supposant avoir fait l'opération après midi.

Il s'agit de résoudre le triangle sphérique *PSZ*. Le point *P* désigne le pôle Nord. Le point *O* de l'horizon désigne le vrai Ouest. Le point *S* désigne la position du soleil au moment de l'observation (l'aprés midi, dans l'hémisphère Nord)
On connaît la latitude (arc $\widehat{PH}$ ou $\widehat{ZQ}$), la déclinaison (arc $\widehat{SS'}$), et la hauteur du soleil (arc $\widehat{SS_1}$). On connaît donc les trois côtés de *PSZ*, qui sont les complémentaires des angles évoqués précédemment, et on cherche l'azimut c'est à dire l'arc $\widehat{RS_1}$ qui correspond à l'angle $\widehat{S_1ZR}$ ou encore le supplémentaire de l'angle $\widehat{Z}$ du triangle *PSZ*. La formule des cosinus nous permettrait de conclure et le lecteur peut aisément faire les calculs...



Voyons comment procède Denoville. Les calculs sont accompagnés d'une figure que nous ne reproduisons pas ici.
Denoville procède en trois temps.
Il calcule les côtés du triangle sphérique .

Pratique	***Pratique***	***Pratique***
Latitude Nord........47°48'	*Hauteur soleil...... 38°58'*	*Déclinaison du soleil ..10°40'*
Ôté de ....90°	*Ôté de ....90°*	*Ôté de ....90°*
Compl^nt latitude.... 42°12'	*Distance soleil zénith ..51°8'*	*Dist du soleil au pôle...79°20'*

Pratique pour trouver le premier terme

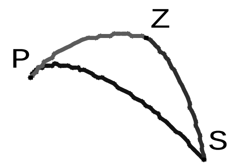
Complément de la latitude	*42°12'*	*Son sinus 982719*
Distance du soleil au zénith	*51°8'*	*Son sinus 989132*
Distance du soleil au pôle	*79°20'*	
Somme	*172°40'*	*1^er terme 1971851*
Moitié de la somme des 3 nbres	*86°20'*	
Complément de la latitude	*42°12'*	
Premier excès	*44°8'*	*son sinus 984282*
....		
Moitié de la somme des 3 nbres	*86°20'*	
Distance du soleil au zénith	*51°8'*	
2^ème excès	*35°12'*	*son sinus 976075*
....		
2^ème terme Rayon double	*2000000*	*3^ème terme 1960357*

Analogie pour trouver l'azimut

Comme le premier terme		*1971851*
Est au deuxième terme rayon doublé	*2000000*	
		3960357
Ainsi le troisième terme	*1960357*	
Reste		*1988506*
Sinus de l'azimut depuis minuit demi azimut	*61°10'............*	*994253*
Doubler le demi azimut	*61°10'*	
Somme	*122°20'*	
Oter de	*180°00'*	
Azimut du sud vers l'ouest puisque l'opération est faite après dîner	*57°40'*	

Encore une fois, Denoville utilise une analogie, c'est à dire une règle de trois. Il utilise en fait, par le biais des logarithmes, la formule multiplicative suivante $\sin^2 \frac{\hat{A}}{2} = \frac{\sin(p-b)\sin(p-c)}{\sin b \sin c}$ où p désigne le demi-périmètre du triangle sphérique, b et c sont les deux côtés de l'angle de sommet A. Ce que Denoville nomme les excès sont les différences $p-b$ et $p-c$

Dans le triangle PSZ les trois côtés sont connus, et on cherche à évaluer l'angle de sommet Z qui représente le supplémentaire de l'azimut. On visualise les données sur la figure ci-dessous :



Le demi-périmètre $\frac{z+p+s}{2}$ vaut 86°20' ; Denoville appelle les deux excès les nombres $\frac{z+p+s}{2} - s$ = 44°8' et $\frac{z+p+s}{2} - p$ = 35°12' ; $\frac{\hat{Z}}{2} = \frac{180° - a}{2}$ où a désigne l'azimut cherché.

Denoville considère la formule sous la forme équivalente suivante, et utilise les logarithmes :

$$\frac{\sin 42°12 \sin 51°8}{\sin^2 90°} = \frac{\sin 44°8 \sin 35°12}{\sin^2\left(\frac{180° - a}{2}\right)}$$

LDsin(42°12') + LDsin(51°8') + 2 LDsin $\frac{180-a}{2}$ = 2 LDsin(90°).+ LDsin(44°8') + LDsin(35°12').

Denoville obtient ainsi 2 LDsin $\frac{180-a}{2}$ = 1 988 506, qui divisé par 2, donne LDsin $\frac{180-a}{2}$ = 994 253. Il en déduit, grâce aux tables $\frac{180-a}{2}$ = 61°10', qu'il double (122°20') et dont il considère le supplémentaire qui donne l'azimut a = 57°40'.