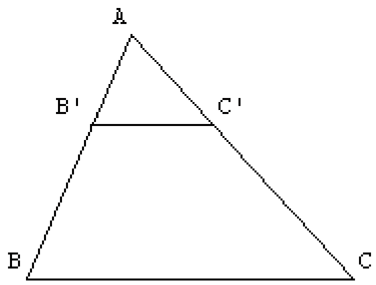
Problèmes astronomiques résolus avec le quartier de réduction

J.B. Denoville résout aussi la plupart des problèmes astronomiques avec le quartier de réduction, comme dans certains traités de navigation mais de manière parfois différente. Il en résout davantage avec le quartier sphérique, qui est plus adapté.

Blondel utilise les projections, Bouguer, comme lui, des proportions, mais pas toujours les mêmes et Le Cordier par contre ne traite pas ces questions.

Voyons cependant comment il s'y prend. Pour les notions de coordonnées et les formules de trigonométrie sphérique, il faut se reporter au quartier sphérique et pour les définitions à la partie astronomie.



Théorème de Thalès : si les droites (BC) et $(B'C')$ sont parallèles, alors :

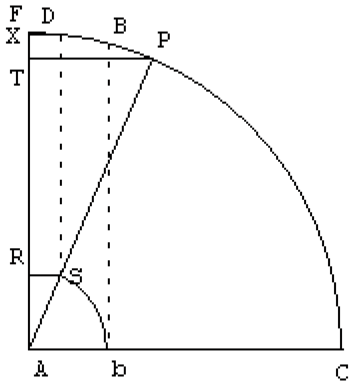
$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

Connaissant trois longueurs, on en déduit facilement la quatrième.
La méthode est d'écrire le problème sous forme d'une proportion, et de déterminer le quatrième terme graphiquement.

1) ***Détermination de la déclinaison du Soleil*** (page 108)

Cette question est très importante car elle permet de déterminer la latitude.

Exemple : « *soit le soleil dans le signe d'ariès ou du bélier de 15°. On demande la déclinaison* »



Soit d est la déclinaison et 15° la position du soleil sur l'écliptique.

Traduite en langage des proportions, la propriété qu'il utilise donne : $\dfrac{\sin 15°}{\sin 90°} = \dfrac{\sin d}{\sin 23°30'}$

On l'applique aussi bien au triangle rectiligne qu'au triangle sphérique.

Sur la figure ci-contre : on construit P tel que $\widehat{FAP} = 23°30'$ alors sin 23 °30 ' = PT ;
Et B tel que $\widehat{FAB} = 15°$ alors Ab = sin 15° ; plaçons S sur AP tel que Ab = AS ; et enfin R sur AT tel que (RS) soit parallèle à (PT).

Le théorème de Thalès donne : $\dfrac{AS}{AP} = \dfrac{RS}{PT}$ donc RS = sin d = XD. L'angle d est donc $\widehat{FAD}$.

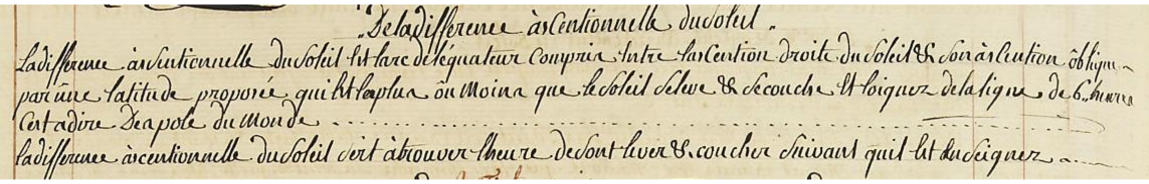
Pratiquement, on place le fil suivant AB, on descend pour obtenir b où on place le fil et l'aiguille, puis on place le fil suivant AP et on remonte sur le quart de cercle en D pour lire d.

On peut évidemment résoudre le problème inverse : connaissant la déclinaison et la saison, trouver la position du soleil sur l'écliptique (page 109). On y reviendra à la question 4.

2) Connaissant la latitude et la déclinaison, trouver les heures de lever et coucher du soleil

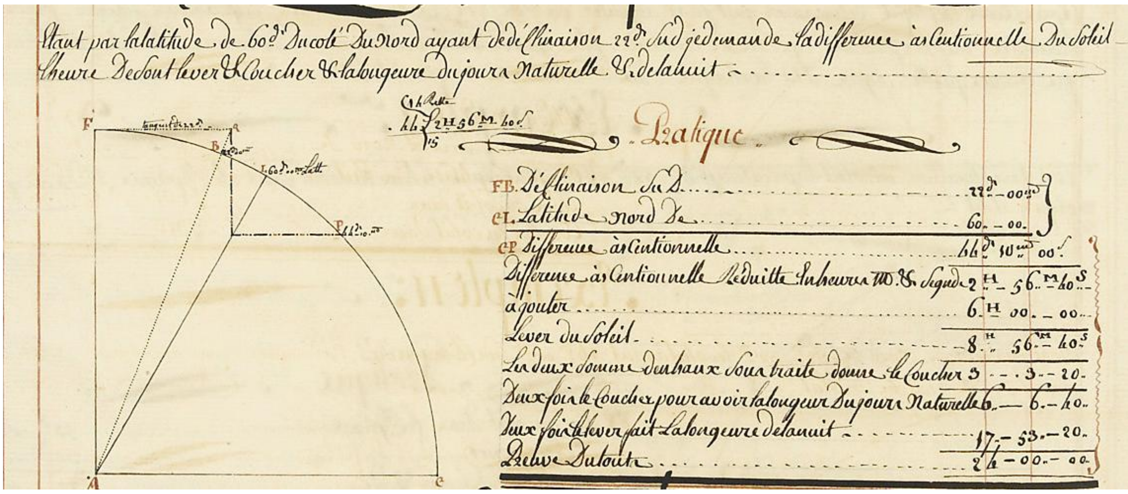
On définit d'abord l'ascension oblique puis la différence ascensionnelle : l'ascension oblique est l'arc de l'équateur qui va du point G jusqu'au point qui se couche en même temps que le soleil et la différence ascensionnelle est la différence entre l'ascension droite et l'ascension oblique. C'est donc l'angle horaire du coucher moins 90°. (L'angle horaire est compté sur l'équateur, de 0 à 24h, dans le sens rétrograde, à partir de E qui correspond à minuit).

Cette différence est donc réduite en heures. En ajoutant 6h, on obtient l'heure du coucher du soleil et en retranchant 6h, on obtient l'heure de son lever si la déclinaison et la latitude sont de même sens.
Il existait aussi des tables donnant tous ces résultats pour Paris. Mais il semblerait que les marins aient eu du mal à les utiliser….



De la difference ascentionnelle du soleil.
La difference ascentionnelle du soleil est l'arc de l'équateur compris entre l'ascention droite du soleil & son ascention oblique par une latitude proposée qui est la plus ou moins que le soleil se leve & se couche est loignez de la ligne de 6 heures c'est a dire des pole du monde ...
La difference ascentionnelle du soleil sert à trouver l'heure de son lever & coucher suivant qu'il est designez ...

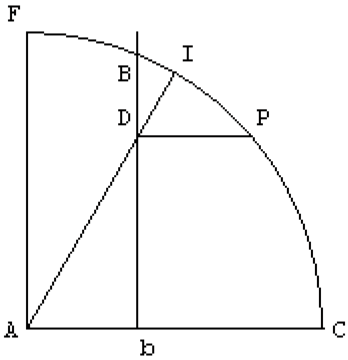
On utilise la formule $\frac{1}{\tan l} = \frac{\tan d}{\sin \Delta}$ où Δ est la différence ascensionnelle, d la déclinaison et l la latitude.



Etant par la latitude de 60d du coté du nord ayant de declinaison 22d sud je demande la difference ascentionnelle du soleil l'heure de son lever & coucher & la longeure du jour naturelle & de la nuit ...

Pratique

FB. Declinaison sud ...	22d 00m
CI. Latitude nord de ...	60 00
CP difference ascentionnelle ...	44d 40m 00s
Difference ascentionnelle reduitte en heures M. & secondes	2H 56M 40S
à jouter ...	6H 00 00
Lever du soleil ...	8H 56M 40S
Les deux somme des haux sous traite donne le coucher	3 3 20
Deux fois le coucher pour avoir la longeur du jour naturelle	6 6 40
Deux fois le lever fait la longeure de la nuit ...	17 53 20
Preuve du tout ...	24 00 00

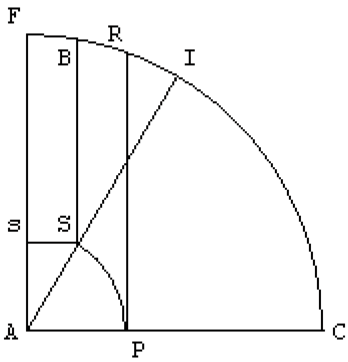


L'arc FB représente la déclinaison, l'arc CI la latitude.

Ab = sind et tan$l$ = $\frac{Db}{Ab}$

D'où sinΔ = Db on obtient ainsi P.
Avec une latitude de 60° Nord et une déclinaison de 22° Sud, on obtient une différence ascensionnelle de 44° 40' qui transformés en heures donnent 2h 56'.
En ajoutant 6h, on obtient l'heure du lever : 8h56' et 3h 04' pour le coucher.

3) ***Connaissant la déclinaison du soleil et la saison, trouver l'amplitude et l'aire de vent où se lève et se couche le soleil***



On a la formule : $\frac{\sin(90° - l)}{\sin\ 90°} = \frac{\sin\ d}{\sin\ A}$ où d est la déclinaison et A l'amplitude.

Prenons l'exemple 1 : « *on suppose être par la latitude de 59°30'Nord et la déclinaison étant Nord de 10°00' je demande la vraie amplitude et l'aire de vent où se lève et couche directement le soleil* »

L'angle $\widehat{FAB}$ vaut d et sin d est sS. L'angle $\widehat{CAI}$ vaut 59°30' et

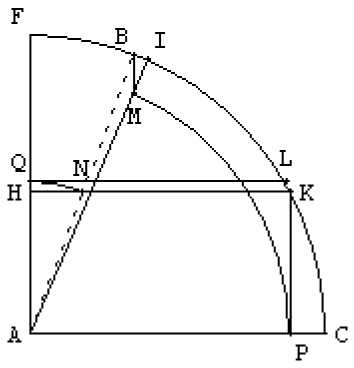
$\frac{\sin(90° - l)}{\sin\ 90°}$ = sin (90°-59°30') = $\frac{sS}{AS} = \frac{\sin\ d}{AS}$

D'où AS est le sinus de l'amplitude. Par un arc de cercle, on obtient P puis on remonte sur le cercle pour R qui donne une amplitude de 20°15'.
L'angle entre deux rhumbs étant de 11°15', le soleil se lève à deux rhumbs de l'est, c'est-à-dire à l'ENE moins 2°.

4) ***Connaissant la déclinaison du soleil et la saison, trouver l'ascension droite*** (page 112)

Il existe plusieurs formules avec des proportions pour calculer l'ascension droite. J.B. utilise $\cos AD \times \cos d = \cos L$ où L est la distance du soleil au plus proche équinoxe (ou sa longitude) et AD l'ascension droite cherchée. Cette formule n'est pas courante ; Seller la connaît et l'applique aussi au calcul de l'ascension droite. Bouguer en utilise une autre.

« La déclinaison du Soleil en été de 20° 30' du côté du Nord. Je demande l'ascension droite du Soleil »



Connaissant la déclinaison, on peut d'abord déterminer la longitude du soleil. :
On place B correspondant à un angle de 20° 30' , on redescend sur le fil faisant un angle de 23° 30'et on obtient M puis P qu'on remonte en K : $\widehat{FAK}$ donne la longitude du soleil.

$\cos AD = \dfrac{\cos L}{\cos d} = \dfrac{AH}{\frac{AH}{AN}} = \dfrac{AH}{\frac{AH}{AQ}} = AQ$; $\widehat{FAL}$ $\widehat{FAL}$ est l'ascension droite de soleil.

Tout cela paraît très compliqué mais ce qui était enseigné, c'était seulement la manipulation de la ficelle !