Mesurer l'inaccessible

Arpentage et Géométrie Pratique

Olivier REBOUX
ASSP, IREM de ROUEN

Présentation

Arpenter : mesurer des terres par arpent[1] et, par extension, avec toutes autres unités de mesure. Si on mesure la terre, on ne mesure pas encore la Terre. Ici, il ne sera pas question de géodésie : mathématiques et instruments doivent être plus élaborés.

En 1555 et 1575, deux édits royaux ont créés, dans chaque bailliage, des arpenteurs. Ces deux édits déplorent la mauvaise instruction de nombreux arpenteurs qui, pour certains, ne savent ni lire, ni écrire et souvent n'ont aucune notion d'arithmétique ni de géométrie. Peut-on y voir l'une des origines du grand nombre de livres de géométrie pratique, souvent en français, qui fleurissent ? Tous ces livres et les instruments qui y sont présentés (graphomètre, trigomètre, carré géométrique, quart de cercle, arballestrille ou bâton de Jacob, compas géométrique, henrymètre, cosmolabe et autres instruments universels) sont aussi les témoins du développement des instruments de mesure. On cherche à mesurer, à quantifier, à se repérer. La réalisation de ces instruments (partage de cercle en parties égales, ou construction de lunettes, par exemple) a posé des questions théoriques ; de même, l'usage de ces instruments nécessite des connaissances théoriques : géométrie et arithmétique.

Quelques acteurs (ALBERTI, FRISIUS, ERRARD, FINE, DANFRIE, SUBBERVILLE, MAROLOIS et combien d'autres vont concevoir des méthodes ou des instruments permettant de mesurer des distances inaccessibles : trop grandes, trop éloignées, trop hautes, trop profondes, derrière des forêts, des rivières, des marécages, trop proches des lignes ennemies… Les exemples d'utilisation sont nombreux, tout ce que l'on peut mesurer, le sera : mesure de la superficie de champs, de tours, de collines. On dresse le plan de villes, de bâtiments, de fortifications… voilà qui intéresse beaucoup les militaires. La géométrie du XVII^{e} siècle remonte le temps et redécouvre ses racines : la géométrie naquit en Égypte grâce à l'arpentage des berges du Nil après chaque inondation.

Ce mélange de théorie et de pratique est très présent chez les trois auteurs dont nous avons retenu des textes. Léon Batista ALBERTI (1404–1472) est architecte et peintre italien de la Renaissance. Oronce FINE (Briançon 1494–Paris 1555), est mathématicien, il occupe la première chaire de mathématiques au Collège Royal créé par François 1er ; il est aussi géographe (la première carte de France est son œuvre) et a décrit plusieurs instruments. Philippe DANFRIE (1531-5–1606) construit des instruments mathématiques (astrolabes, globes, …) et est tailleur des monnaies du Roi.

Description des instruments

Pour mesurer l'inaccessible on peut utiliser des instruments très rudimentaires, et même détourner des instruments de leur utilité première. Ainsi, dans le texte 1, on utilise une flèche qui permet de repérer certains points qui, par comparaison, donneront la longueur cherchée. C'est le principe du peintre qui, visant son modèle, de son pinceau, cherche une proportion[1].

Les instruments de topographie se classent en deux grandes catégories : ceux qui mesurent par comparaison des longueurs et ceux qui mesurent des angles. Examinons rapidement deux des instruments utilisés : le carré géométrique et le graphomètre.

Le carré géométrique est un simple carré de 30 à 40 cm de côté, dont un demi-périmètre est gradué. Les graduations sont, en général, au nombre de soixante (soixante possède de nombreux diviseurs). L'alidade sert à viser le point dont on veut mesurer la distance et son intersection avec la graduation permet de connaître un rapport. Ce rapport combiné avec une longueur de référence, la longueur de la margelle dans le texte 2, permet de connaître la longueur cherchée.

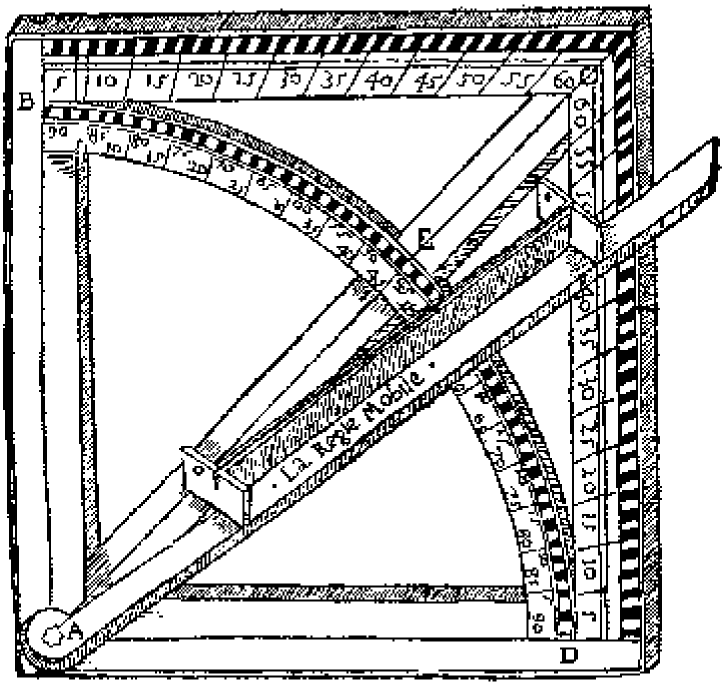


FIG. 1 : *Carré géométrique.* La pratique de la géomét*rie d'Oronce* *FINE*

Le graphomètre est composé de deux parties distinctes que nomment « observateur » et « rapporteur ». L'observateur est un grand rapporteur (30 à 40 cm de diamètre) muni d'alidades à pinnules ; ce sont les deux règles qui se croisent, sur la figure ci-dessous. L'une est fixe, c'est l'alidade des stations, l'autre tourne autour du centre du rapporteur. L'ensemble est fixé sur un nœud qui permet de faire des visées verticales (pour mesurer une hauteur) ou horizontales (pour mesurer un champs). Le graphomètre est un exemple d'instruments de topographie utilisant les angles ; de nombreux instruments de topographie fonctionnent selon ce principe, à commencer par les théodolites utilisés actuellement par les géomètres. Dans l'enseignement français, le graphomètre demeurera au programme des lycées et des écoles normales jusque dans la première moitié du XX^e^ siècle. Actuellement, seul l'observateur est appelé graphomètre.

Pour utiliser le graphomètre, on mesure une longueur, appelée base, *AB* (voir la figure du texte 3). À partir de chacune des deux stations, on vise avec l'alidade mobile un point éloigné (ici la ville à l'arrière plan). On obtient deux angles que l'on reporte sur une feuille. On aura pris soin de choisir comme unité une longueur astucieuse pour éviter les difficultés liées aux unités de mesure. Le rapporteur sert à reporter sur la feuille les angles mesurés avec l'observateur.

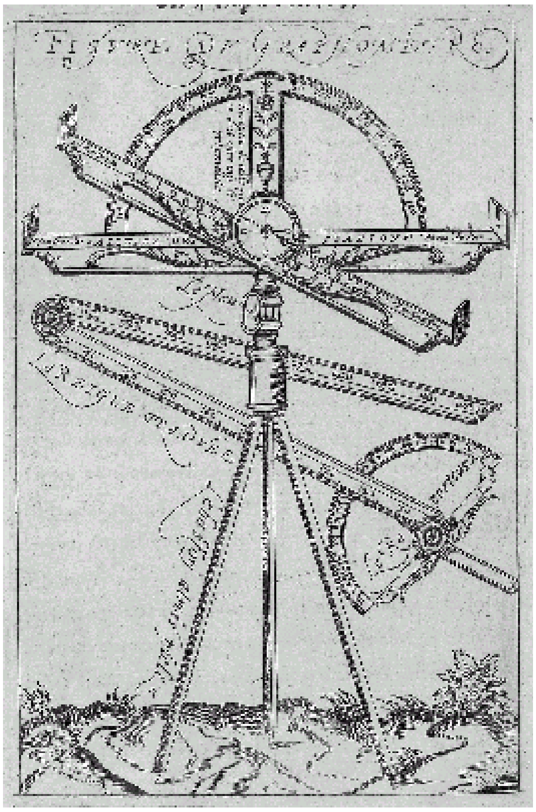


FIG. 2 : Le graphomètre de DANFRIE, *Déclaration de l'Usage du graphomètre,* 1597

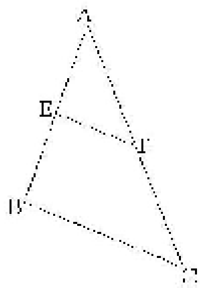
La référence à EUCLIDE

Dans les textes 2 et 3, on cite EUCLIDE, mathématicien grec du III^{e} siècle av. J.-C. *Les Éléments* d'EUCLIDE est le livre le plus marquant des mathématiques. Recueil de toutes les connaissances spéculatives des mathématiciens grecs, il est présenté sous forme d'un enchaînement de propositions déduites les unes des autres à partir de cinq axiomes. Un certain nombre des propositions *des Éléments* appartiennent au bagage mathématique de l'époque : chacun sait par exemple que la proposition I.47 renvoie au Théorème de PYTHAGORE.

Le Théorème de THALES

La propriété à l'œuvre dans ces trois textes est le théorème de THALES ou, sous une forme voisine, la comparaison de triangles semblables. Il n'est nullement fait mention de la trigonométrie dont on se sert pour résoudre ce type de problème actuellement.

Le théorème de THALES s'énonce, en termes modernes, ainsi :
Soit ABC un triangle, E et F deux points sur les côtés respectifs [AB] et [AC]. Si les droites (EF) et (BC) sont parallèles, alors $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$.



- Dans le texte 1, la flèche est parallèle à la tour. ALBERTI énonce que les segments correspondants (parties de la tour et parties de la flèche indiquées par de la cire) sont dans les mêmes proportions. Autrement dit, connaître les proportions sur la flèche et une partie accessible de la tour nous permettent de connaître la hauteur de la tour. Ainsi, ALBERTI, nous dit que pour une tour qui mesure 100 pieds et sa porte 10 pieds, la longueur BA est dix fois plus grande que la longueur CD. Les rapports de longueurs sont égaux ; ils peuvent être obtenus en utilisant les égalités de rapports du théorème de THALES.

- Dans le texte 2, au milieu du premier paragraphe, Oronce FINE écrit « les triangles abh et agf équiangle » (i.e. les triangles ont les mêmes angles). Des triangles semblables sont des triangles dont les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre. Dans le cas présent, la figure nous permet d'utiliser le théorème de THALES. On a donc : $\frac{BH}{FG}=\frac{AB}{AG}$. Or, on connaît certaines longueurs : BH se lit sur le carré, FG est égale à la margelle du puits, et AB est la longueur du carré.

Le dernier paragraphe donne des valeurs numériques :
$BH = 20$, $AB = 60$ et $FG = 9$ pieds. $\frac{20}{9}=\frac{60}{AG}$ soit $AG=\frac{60}{20}\times 9=\frac{540}{20}=27$ pieds.

- Dans le texte 3, le triangle dessiné et le triangle réel ont les mêmes angles : ils sont semblables. Ces triangles ne sont pas placés sur une même figure et la notion de triangles semblables est celle qui convient spontanément. Néanmoins, en imaginant la superposition dans un même plan du triangle réel et du triangle tracé sur la feuille, on peut utiliser le théorème de THALES.

Le théorème de THALES et les triangles semblables expriment exactement la même propriété : à partir de la mesure de deux longueurs (ou d'un rapport) et d'une troisième longueur connue (la base dans le cas du graphomètre, la hauteur mesurée chez ALBERTI, la longueur de la margelle chez FINE), on calcule une nouvelle longueur.

La question des unités de mesure

Un autre aspect qui émerge de ces textes concerne les unités de mesure. Les unités sont multiples et complexes : par exemple, quatre grains d'orge (mis côte à côte) font un doigt, quatre doigts font une palme, quatre palmes font un pied, le pas géométrique fait lui cinq pieds, la perche dix pieds, etc. Et toutes ces mesures sont variables d'une ville à l'autre. Non seulement les étalons ne sont pas les mêmes, mais les proportions ne sont pas toujours les mêmes. Ainsi trouve-t-on de nombreux livres pour apprendre à calculer avec ces unités de mesure. Pour donner une idée de la diversité des unités de mesure, OZANAM, au XVIII^e siècle consacre douze pages sur soixante-cinq de son traité d'arpentage aux différentes unités de mesure en usage dans le royaume de France. À ce problème s'ajoute la difficulté de la multiplication et surtout de la division sur des nombres qui atteignent rapidement la dizaine de chiffres. Les techniques écrites ne sont pas encore bien diffusées : on comptera avec des jetons sur des abaques jusqu'à la Révolution, et les méthodes sont souvent très complexes.

Bibliographie

ALBERTI Léon Bastista, *Divertissements mathématiques*, Seuil, 2002. Textes présentés et traduits par Pierre SOUFFRIN.

DANFRIE Philippe, *Déclaration de l'usage du graphomètre*…, Paris, DANFRIE, 1597.

FINE Oronce, *La pratique de la géométrie*, GOURBIN, Paris, 1570, Bibliothèque municipale de Dijon.

DAUMAS Maurice, *Les instruments scientifiques aux XVII^e et XVIII^e siècles*, Paris, PUF, 1953

REBOUX Olivier, Instruments de topographie du XVII^e siècle, in Elisabeth HEBERT, *Les instruments scientifiques dans l'Histoire*, Paris, Ellipses, 2004

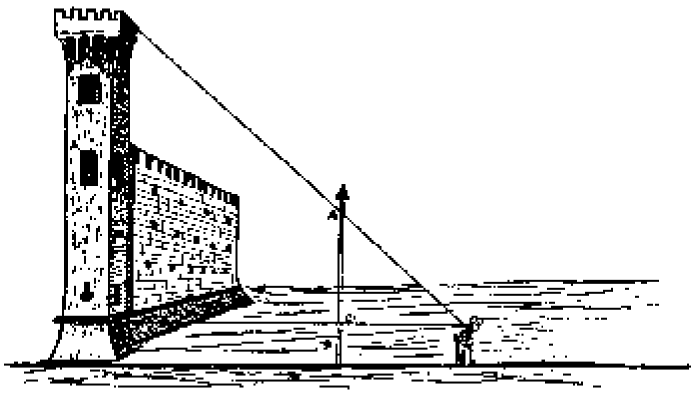
LEFORT Xavier, Images de la topographie, in Elisabeth HEBERT, *Les instruments scientifiques dans l'Histoire*, Paris, Ellipses, 2004

Texte n°1 : ALBERTI (1404-1472), mesurer une tour

[Mesurer à vue la hauteur d'une tour]

[Comment procéder si l'on peut en connaître la distance et si l'on peut en mesurer directement une partie]

Si vous voulez mesurer la hauteur d'une tour située sur une place par une simple visée faite de l'autre côté de la place, procédez ainsi. Fichez en terre une flèche, bien verticalement, écartez-vous-en quelque peu, de six ou sept pieds, et de là visez le sommet de la tour en prenant la flèche pour mire ; faites placer une marque avec un peu de cire à l'endroit précis où votre regard rencontre la flèche, et appelons A cette marque de cire. Puis, de l'endroit même d'où vous avez visé le sommet de la tour, visez sa base et, à nouveau, là où votre regard rencontre la flèche, faites placer une marque de cire, et appelons cette deuxième cire B. Visez enfin quelque endroit de la tour que vous connaissez et dont vous pouvez facilement mesurer la position au pied de la tour avec votre flèche, comme par exemple le porche d'entrée, ou quelque trou ou quelque chose comme cela situé assez bas. Comme vous avez fait en visant le sommet puis le pied de la tour, faites mettre enfin une troisième cire à l'endroit où votre regard rencontre votre flèche. Cela fait, appelons cette troisième cire C, comme sur la figure 1.



[FIG. 1]

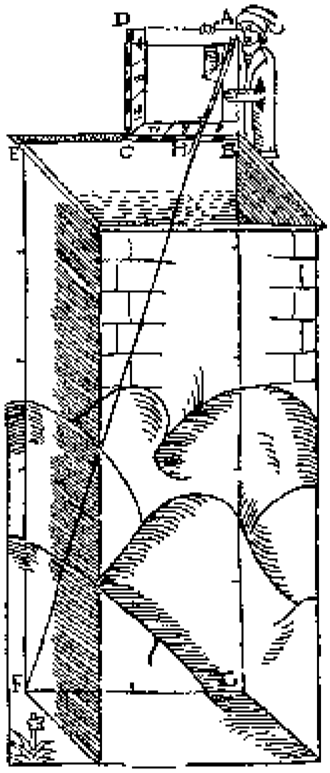
Je dis que la partie de la flèche qui est entre la cire B et la cire C tient dans la partie de la flèche située entre le point A et le point B autant de fois que la partie inférieure de la tour, que vous connaissez, tient dans la partie supérieure dont la hauteur vous est inconnue. Et pour saisir plus clairement et plus pratiquement ce procédé, voyons cela sur un exemple numérique. Soit 100 pieds la hauteur de la tour et 10 pieds la hauteur du porche, vous trouverez le même rapport sur la flèche, c'est-à-dire que, comme cette partie de la

> tour, 10, tient 9 fois dans la partie supérieure, plus grande, et est la 10^{e} partie de la tour tout entière, de même la partie AC de la flèche sera telle que, divisée en 9 parties, elle contiendra 9 fois BC qui est la 10e partie de AB pris tout entier. En procédant de cette façon, vous ne ferez jamais d'erreur, tant que vous veillerez à avoir l'oeil toujours au même endroit pour placer les marques. Vous pouvez faire la même chose en suspendant un fil à plomb devant vous et en marquant vos visées avec des perles, comme je vous ai montré quelques fois.

Divertissements mathématiques,
Traduction 2002, d'après treize manuscrits et l'édition imprimée 1568.

Texte n°2 : Oronce FINE, mesurer la profondeur d'un puits

Soit doncques (à fin que premierement nous entrions en matiere) presenté le puis quadrangulaire befg, la profondité duquel bg ou ef, soit proposé à mesurer. Dresse le quarré sur le costé bc, & au droit du costé de la bouche du puis be : & soit aussi le costé ab, pareillement au droit de bg. En apres ayant mis l'œil en a, remuë tant de fois la reigle jusques à ce que l'un des trou des pinnules tu apercoives le visible & plus bas terme f, constitué diametrallement à bg. Ces choses ainsi gardées, prens garde à l'attouchment de la reigle au coste bc, advenant en ligne de foy : & icelluy soit fait au point h. Cette raison donc aura la partie hb, au costé ba, la mesme gardera gf, c'est à dire be (elles sont egalles) à la longueur de la profondité donnera ag. Pour que les deux triangles abh et agf sont equiangle ensemble : ainsi comme est facillement manifeste par la 29 du premier livre des Elements d'Euclide, & l'angle abh, est egal à l'angle agf, car l'un est l'autre est droict : parquoy est faict, par la 4 du sixiesme du mesme Euclide, comme hb, à ba, ainsi la largeur du puis fg, à la longueur ou profondité ga, compose de gb et ba.



Soit pour exemple bh de 20 parties desquelles le coste du quarré est 60 : & soit mesuré be, & soit par exemple de 9 pieds ; d'autant de pieds aussi sera gf : car se sont des costez opposez du parallelogramme befg, qui sont egaux ensemble par la 34 du mesme premier. Multiplie doncques 9 par 60, feront 540 que tu divisera par 20 & aura pour quotient 27 : d'autant de pieds doncques sera ag : de laquelle si tu soustrait ab c'est assavoir 4 piedz & demi, restera la longueur bg, désirée & abaissée en profondité de 22 piedz & demi.

La pratique de la géométrie, édition française 1570
Première édition latine du *Protomathésis*, 1532**.**

Texte n°3 : DANFRIE, exemple d’utilisation du graphomètre

> Il est a noté que l'angle du petit triangle OPQ est égal à l'angle du grand triangle marqué A, B, C, suivant la proposition 27 du troisiesme livre d'Euclide : dauantage icelles lignes O,Q et P,Q tirce droit suivant la seconde pétition du premier livre d'Euclide viendront à s'entrecroiser en quelque endroit, comme feroit au point Q, étant ainsi jointe avec la ligne des stations, au dessain cotté OP, font le petit triangle OPQ équiangle au grand triangle ABC, ce qui est vraye par démonstration mathématique.

Gemma Frisius et la triangulation

Philippe Dutarte
IREM Paris-Nord

Présentation

La compréhension de l'avènement de la science moderne ne peut se suffire de quelques « grands noms » (Copernic, Galilée) et de leurs « révolutions ». Le personnage, maintenant plus obscur, de Gemma Frisius (1508-1555) est caractéristique d'un mouvement profond de quantification et de mesure, lié au développement des instruments scientifiques, qui caractérise le XVI^{e} siècle. Mathématicien, astronome, médecin, concepteur d'instruments, Gemma Frisius illustre les liens étroits qui se nouent alors entre théorie et pratique. Les mathématiques, en particulier la trigonométrie et les méthodes de projection, permettent de concevoir des instruments, à des fins de mesure et de représentation du monde extérieur. En retour, ces mesures, de plus en plus fines, obligeront à changer les « théories », les « modèles » (les instruments de Tycho Brahé réduiront à ce point l'incertitude des mesures astronomiques, qu'ils contraindront Kepler à abandonner les cercles pour envisager une trajectoire elliptique pour Mars).

Gemma Frisius est né à Dockum, en Frise (province des Pays-Bas) en 1508 et mort à Louvain (Belgique) en 1555. Il fut professeur de médecine et de mathématiques à l'Université de Louvain. Il appliqua ses connaissances mathématiques à l'astronomie, la cartographie et l'invention d'instruments scientifiques. Avec la collaboration du graveur et orfèvre Gaspard Van der Heyden il créa un atelier de fabrication d'instruments : globes, astrolabes, anneaux astronomiques de son invention.

Gemma Frisius est l'auteur de sept livres :

1539 : *Cosmographicus liber Petri Apiani*, réédition revue de la Cosmographie d'Apian.

1530 : *De Principiis astronomiae et cosmographiae*. Description et usage des globes terrestres et céleste, en accompagnement des globes fabriqués dans ses ateliers.

1533 : *Libellus de locorum describendorum ratione* dont un extrait est donné ici.

1537 : *De usu annuli astronomici* (composé en 1534) sur l'usage des anneaux astronomiques de son invention.

1540 : *Arithmetica practicae methodus facilis*.

1545 : *De Radio astronomico et geometrico* (perfectionnements d'un instrument ancien nommé « Bâton de Jacob »).

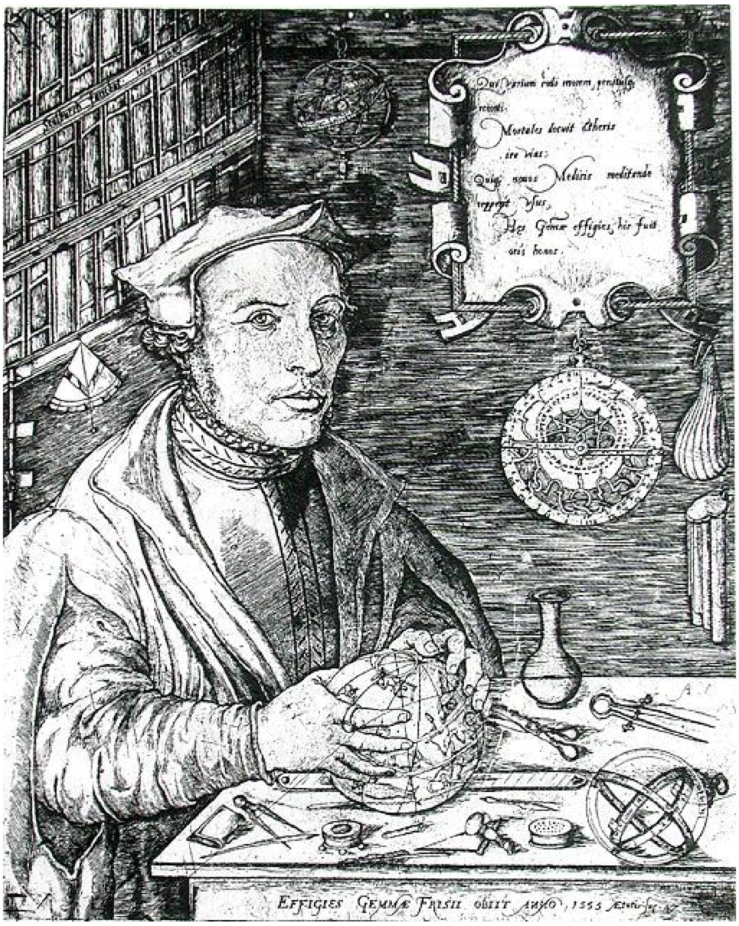
1556 (posthume) : *De astrolabo catholico* (sur l'astrolabe universel).

C'est à la fin de l'édition de 1533 de la *Cosmographie* de Pierre Apian que Gemma Frisius ajoute son *De Locorum describendorum ratione* où il énonce, le premier, la méthode de triangulation permettant une cartographie rigoureuse, que nous étudions ci-après.

Gemma Frisius est à l’origine d’une véritable école de cartographie et de construction d’instruments scientifiques à Louvain, avec comme élèves Gérard Mercator (célèbre constructeur d’instruments et cartographe, à l’origine de la projection géographique de Mercator, permettant de représenter par une droite un trajet à cap constant) et Gualterus Arsenius (dont subsiste dans les musées de nombreux instruments alliant précision scientifique et beauté artistique).

Document 1 : portrait de Gemma Frisius

Portrait de Gemma Frisius (Cabinet des Estampes, Bibliothèque royale, Bruxelles)
Gravé par Jan Van Stalburch en 1557



Le portrait de Gemma Frisius (Cabinet des Estampes, Bibliothèque royale, Bruxelles) a été gravé par Jan Van Stalburch en 1557, deux ans après la mort de Gemma. La gravure veut montrer par la présence des livres (sur les étagères) et des nombreux instruments, que cet homme a su maîtriser théorie et pratique. Et, de fait, la réputation de Gemma Frisius était grande dans ces deux domaines. Le savoir et sa mise en pratique semblent lui permettre la domination du Monde, symbolisée par le globe céleste entre ses mains.

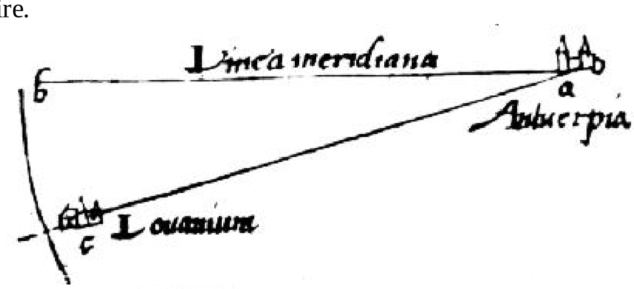
Parmi les instruments visibles sur la gravure, beaucoup étaient connus au Moyen Age : la sphère armillaire (en haut, au fond) est un modèle du système géocentrique datant de l'antiquité grecque, le quadrant de hauteur et son « carré des ombres » (à gauche) est d'origine arabe et permet des mesures d'angles, l'astrolabe planisphérique (au centre), d'origine grecque a été perfectionné par les arabes et transmis par l'Espagne, les globes célestes existaient également dès l'antiquité grecque. Cependant des inventions nouvelles apparaissent, certaines dues au génie de Gemma Frisius, comme l'anneau astronomique en bas à droite de la gravure. Cet instrument est certes dérivé de la sphère armillaire, mais Gemma lui a donné une forme pratique, il est pliable, et de nombreuses fonctions, comme la détermination de l'heure de jour comme de nuit ou des usages topographiques, pour la mesure de distances inaccessibles.

La forme typique, en « tulipe », de l'araignée de l'astrolabe (la partie figurant une carte céleste) le désigne comme une fabrication de l'atelier de Gemma Frisius (peut-être par Arsenius, son élève). On n'en voit pas le dos sur la gravure, mais l'habitude de l'atelier consistait à y graver un astrolabe « universel » (utilisable à toutes les latitudes), dont Gemma Frisius a écrit la théorie dans son *De astrolabo catholico*, retrouvant ou réinterprétant une invention andalouse du XI^{e} siècle, tombée dans l'oubli, du moins en Occident.

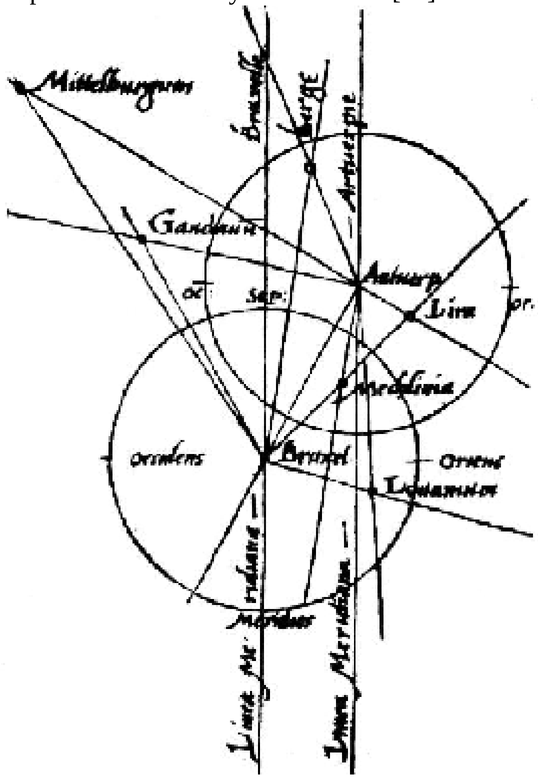
Malgré cette iconographie, on ignore si Gemma Frisius a lui même réalisé des instruments (aucun instrument directement signé de son nom ne nous est parvenu). C'était avant tout un intellectuel dont l'influence a été considérable.
Cette gravure est une belle illustration de l'esprit de l'époque mêlant tradition et innovation, théorie et applications pratiques.

Document 2 : extraits « *De la description des Régions & Pays par l'artifice Géographique* »

Les extraits suivants proviennent d'un appendice par Gemma Frisius, à l'édition française de 1544 de la Cosmographie de Pierre Apian : *De la description des Régions & Pays par l'artifice Géographique*. Le document complet est téléchargeable sur le site de la Bibliothèque nationale de France : http://gallica.bnf.fr.

> Liuret de la raiſon, & maniere
> d'eſcripre les lieux, & diceulx trouuer les diſtances,
> oncques parauant veu,
> PAR GEMMA
> FRISON
> Au magnificque Seigneur Thomas Bombelli
> Gemma Friſon Salut
>
> Certes nier ne puis, qu'en cette affaire la plus certaine de toutes les autres manières soit celle qui procède & se déduit par les longitudes et les latitudes des lieux. Après celle qui décrit les régions par les latitudes & angles de position. Au dernier celle qui seulement œuvre par les angles de position[1]. Laquelle nous mettons ici au devant des autres, à cause qu'elle est plus facile et vulgaire.
>
> 
>
>
> Mais ne me semble pas hors de propos de déclarer quelle chose nous appelons angle de position. Or angle de position s'appelle ici […] la distance qui est entre le méridien ou la ligne tirée vers le midi d'un lieu, & la ligne de celui-ci passant par un autre lieu, comme apparaît en cette figure[2].
> Etant connue la définition du nom, par cette manière vous voudrez décrire une contrée, ou aussi un royaume entier avec toutes ses villes.
> Premièrement en une table plane faites un tel instrument. Soit fait un cercle, lequel soit divisé en quatre quarts, ou quadrants. Derechef chaque quadrant divisé (comme à l'accoutumé) en 90 parties, puis fichez par le centre l'enseigneur ou l'indice avec les tablettes ou pinnules, comme au dos de

[1] C'est la méthode de « triangulation », toujours en vigueur, et éventuellement complétée par des mesures de latitudes et longitudes pour « caler » le maillage des triangles.
[2] Il s'agit de l'angle en « *a* » sur la figure, azimut par rapport à la direction méridienne Nord-Sud.

> l'astrolabe[3].[…] Si à cette heure voulez savoir l'angle de position d'autre lieu du votre : demeurant l'instrument ainsi ferme, tournez lentement l'enseigneur jusqu'à ce que par les tablettes voyez l'autre lieu […].
>
> 
>
> Or si à cette heure plait désigner une entière contrée, cherchez premièrement d'une ville, dont il vous plait commencer, les situations de tous les lieux entour gisant […], montez la plus haute tour de la ville, & comme hors d'un beffroi regardez à l'entour. Après marchez à une autre ville, & là faites semblablement avec les angles de position de tous les lieux entour gisant. […]
> La figure précédente démontre ceci à l'œil.
> Cette description donc est facile, & plus certaine que celle qui œuvre par les distances : car ces distances sont communément incertaines[4] […]. Pour le présent s'il plait après la carte désignée selon ladite raison mesurer les distances point connues, ce qui néanmoins peut sembler merveille, puisqu'ici l'on n'a eu mention & compte de la distance. Cherchez la distance de deux quelconques lieux, ou par chemin, ou plus certainement, par la

[3] Il s'agit d'un disque servant de rapporteur, muni d'une alidade à pinnules, c'est à dire d'un viseur mobile, fixé au centre, constitué d'une barre pivotante (alidade nommée ici « enseigneur ») recourbée à ses extrémités et percée de deux petits trous (les pinnules, nommées ici « tablettes ») pour la visée. L'alidade à pinnules est un des premiers instruments d'astronomie, remontant à l'antiquité grecque (nommée dioptre en grec).

[4] Il est bien sûr plus facile de mesurer un angle, plutôt qu'une distance au sol.

> manière qu'après plus déclarerons, comme par exemple. Je vois entre Anvers et Malines être quatre petites lieues. Pour ce l'espace entre Anvers & Malines je partis en quatre. Et par ces divisions pouvez mesurer tous les lieux décrits en la Carte[5]."

Bibliographie

Sur « l’Ecole de Louvain »
VAN CLEEMPOEL (Koenraad) – *A Catalogue Raisonné of Scientific Instruments from the Louvain School, 1530 to 1600* – Brepols, Thurnhout, Belgique – 2002.

Sur la triangulation
LEVALLOIS (J.J.) - *Mesurer la Terre* – Association Française de Topographie – 1988.

[5] Le lever du plan par visées et mesures d’angles a permis une représentation « à l’échelle » du terrain (on dit que les triangles dessinés entre trois points de visée sont « semblables » aux triangles réels sur le terrain). Pour connaître cette échelle, il suffit de mesurer sur le terrain une seule longueur, le côté d’un seul triangle. On connaît alors la proportion, le coefficient multiplicateur, à appliquer aux autres distances mesurées sur le plan, pour obtenir les vrais longueurs.
Un autre moyen, plus précis car évitant les mesures sur le plan, mais demandant des calculs qui n’étaient pas, à l’époque, à la portée de tous, consisterait à appliquer les règles de la trigonométrie.