Edmund Stone, *The construction and principal uses of mathematical instruments* translated from the French of M. Bion, chief instrument-maker to the French king, to which are added, the constructions and uses of such instruments as are omitted by M. Bion ; particularly of those invented or improved by the English, London, 1723.

Livre 1, chapitre 7, p 38 – 45.

La fabrication et les utilisations de l'échelle de Gunter

Cette règle est habituellement fabriquée en buis et quelquefois en laiton, d'une longueur de deux pieds (bien qu'il en existe d'autres d'un pied de long qui sont moins précises), d'un largeur d'environ un pouce ¾ et d'une bonne épaisseur.

Les lignes qui sont graduées sur une de ses faces sont la ligne des Nombres, notée par « *Numbers* » ; la ligne des Sinus artificiels, notée « *Sines* » ; la ligne des Tangentes artificielles, notée « *Tangentes* » ; la ligne des Sinus Verses artificiels, notée « *V. S.* », pour Versed Sines ; les Sinus artificiels des Rumbs, notés « *S. R.* » pour les Sinus des Rumbs ; les Tangentes artificielles des Rumbs, notées « *T. R.* » pour les Tangentes des Rumbs ; la ligne des Méridiens de la carte de Mercator, notée « *Merid* » pour les Méridiens ; et la ligne des Parties Égales, notée « *E. P.* » pour Equal Parts.

On trouve aussi en général sur ces règles, mais graduées sur une longueur d'un pied, les lignes des latitudes, des heures de l'inclinaison des méridiens.

Sur la face arrière de cette règle, on retrouve toutes les lignes figurant sur une règle simple.

Les lignes des Sinus artificiels, des Tangentes et des Nombres sont placées sur la règle de telle façon que l'on puisse résoudre, à l'aide d'un compas à pointes sèches, n'importe quel problème de trigonométrie du plan ou de la sphère, avec une précision acceptable ; et c'est pourquoi la construction de ces lignes sur une échelle est extrêmement utile dans toutes les parties des mathématiques utilisant la trigonométrie comme la navigation, les cadrans solaires et l'astronomie, etc.

Construction de la ligne des Nombres

La construction de la ligne des Nombres se fait ainsi : après avoir choisi sa longueur, qui, sur l'échelle de Gunter, est de 23 pouces, prenez exactement la moitié de cette longueur, qui sera la longueur de l'un ou l'autre des rayons ; puis prendre cette demi-longueur, et la diviser en 10 parties égales, dont une se subdivise en diagonale en 100 parties égales, c'est-à-dire faire une échelle diagonale de 1000 parties égales de la demi-longueur susmentionnée, ce qui peut facilement être fait à partir de la 8e utilisation de notre auteur.

Maintenant que vous avez tracé, sur l'échelle de Gunter, trois parallèles, pour mieux distinguer les graduations de la ligne des Nombres, et que vous avez fait une marque au début de celle-ci, à un demi-pouce du début et de la fin de l'échelle, cherchez le nombre 200 dans la table des logarithmes, et vous trouverez 2,301030 ; et en enlevant la caractéristique 2, ainsi que les trois derniers chiffres 030, parce que la longueur du rayon est divisée mais en 1000 parties égales, prenez 301 des 1000 parties avec votre compas et reportez cette ouverture à partir du début de la ligne, à la fin de laquelle vous écrirez 2 pour la première valeur entière. De même, pour trouver la graduation pour la deuxième valeur entière, cherchez le nombre 300 dans la table des logarithmes, et vous trouverez 2,477121 ; et en enlevant la caractéristique 2, et les trois derniers chiffres 121, comme précédemment, prenez 477 parties de votre échelle diagonale [avec votre compas], et reportez cette ouverture à partir du 1 du début, à la fin de laquelle vous écrirez 3 pour la deuxième valeur entière. Procédez de cette manière pour toutes les valeurs entières du premier rayon à 1, qui sera la longueur totale de votre échelle diagonale, ou 1000 parties égales. Et parce que chacune des valeurs entières du deuxième rayon sont à la même distance de 1, à la fin du premier rayon, que les valeurs entières du premier rayon sont éloignées de 1 au début, les valeurs entières du deuxième rayon sont faciles à trouver.

Les marques des dixièmes, entre chacune des valeurs entières dans les deux rayons, se sont obtenues ainsi : regardez dans la table des logarithmes pour 110, et encore une fois vous trouverez 2,041393, et en enlevant la caractéristique 2, et les trois derniers chiffres, il restera 41 ; ce qui, tiré de l'échelle diagonale de 1000, donnera le premier dixième suivant la première valeur entière. De même, cherchez 120 dans la table, vous trouverez 2,079181 ; et en enlevant la caractéristique 2, et les trois derniers chiffres, il restera 79 ; ce qui, tiré de l'échelle diagonale, donnera le second dixième suivant la première valeur entière. Procédez ainsi pour tous les dixièmes suivant la première valeur entière des deux rayons. Et pour trouver les dixièmes suivant la deuxième valeur entière des deux rayons, cherchez dans la table le nombre 210, vous trouverez 2,322219 et en enlevant les chiffres comme auparavant, vous aurez 322, qui reporté au compas à partir de la deuxième valeur entière, donnera le premier dixième suivant la deuxième valeur entière. Et de même, pour trouver le second dixième suivant la deuxième valeur entière, cherchez le nombre 220, vous trouverez 2,342423, d'où, en enlevant les chiffres comme auparavant, vous aurez 342 pour le second dixième suivant la deuxième valeur entière. De la même manière, on peut trouver les dixièmes suivant toutes les valeurs entières des deux rayons.

Pour trouver chaque centième pair suivant la première valeur entière du deuxième rayon, cherchez le nombre 102 dans la table des logarithmes, vous trouverez 2,008600 et en enlevant les chiffres comme avant, vous aurez 8 pour le deuxième centième. De même, cherchez le chiffre 104 dans la table, continuez comme précédemment, et vous aurez 17 pour le troisième centième. De la même manière, vous pouvez obtenir un centième sur deux suivant la première valeur entière, et aussi suivant la deuxième valeur entière du deuxième rayon.

Note En prenant le milieu de chacun des centièmes pairs suivant la première valeur entière, on obtiendra tous les centièmes. Notez également qu'après les troisième, quatrième et cinquième valeurs entières on ne peut pas graduer tous les deux centièmes mais seulement tous les cinq centièmes, à cause de la petitesse des graduations.

Construction de la ligne des Sinus et des Tangentes artificiels

La ligne des sinus artificiels sur l'échelle de Gunter, n'est rien d'autre que celle des logarithmes des sinus naturels, tirés des tables des sinus artificiels et des tangentes artificielles, presque de la même manière que l'étaient les logarithmes des nombres naturels. La méthode est la suivante :

Après avoir tracé trois parallèles sous la ligne des Nombres pour distinguer les divisions de la ligne et marqué un point exactement à un demi-pouce du début et de la fin de l'échelle, représentant le début de la ligne des sinus, cherchez dans les tables des sinus et des tangentes artificiels, le sinus de 40 minutes, qui est la première subdivision de la ligne, et vous trouvez 8,065776 : il faut alors enlever la caractéristique 8 et les trois derniers chiffres 776, comme dans la construction de la ligne des Nombres, les 65 restant, doivent être pris sur la même échelle de

1000 parties, comme celle qui servait auparavant pour la ligne des Nombres ; ce 65 reporté depuis le début de la ligne des sinus, donnera la division sur la ligne des sinus pour 40 minutes. De même, pour construire la division suivante qui est pour 50 minutes, cherchez dans la table pour le sinus de 50 minutes, vous trouverez 8,162681 ; puis en enlevant la caractéristique 8 et la trois derniers chiffres 681, prenez les 162 restants, de votre échelle de 1000 parties et reportez-les à partir du début de la ligne, ce qui donnera la division pour 50 minutes. Et pour obtenir la division pour 1 degré, cherchez le sinus de 1 degré, qui est 8,241855, et enlevant les chiffres comme auparavant, prendre le reste 241 de l'échelle de 1000, et reportez-les à partir du début de la ligne des sinus, ce qui donnera la division pour 1 degré. Procédez ainsi pour les autres degrés et minutes jusqu'à 90° ; il faut simplement noter que lorsque vous arrivez à 5 degrés 50 minutes, les parties à retirer de l'échelle sont supérieures à 1000 et donc plus longues que l'échelle elle-même. Dans ce cas, vous devez faire une marque au milieu de la ligne des sinus ; à partir de ce point, retirez toutes les parties se trouvant au-dessus de 1000, pour les degrés et les minutes. Ainsi, pour faire la division pour 6 degrés, dont le sinus est 9,019235, les parties à enlever de l'échelle seront 1019 ; donc, il faut enlever 19 du point central, représentant 1000, et on aura la division pour 6 degrés. Procédez de la même manière pour la ligne des Tangentes artificielles, jusqu'à ce que vous arriviez à 45 degrés, dont la longueur est égale au rayon ; et les divisions pour les degrés et minutes au-dessus de 45°, qui doivent aller au-delà de 45, sont liées à celles de leurs compléments à 90°. Par exemple, la division de 40 degrés est liée à celle son complément 50, parce que les parties égales propres retirées de l'échelle de 1000 pour construire la division pour la tangente de 50 degrés, seront autant au-dessus de 1000 (qui sont les parties égales pour la tangente de 45 degrés à écarter du milieu de la ligne des tangentes) que les parties égales pour la division de la tangente de 40 degrés qui manquent pour aller à 1000 ; un exemple rendra ceci manifeste : la tangente de 40 degrés est égale à 9,924813 et rejetant la caractéristique et les trois derniers chiffres, les parties de 1000, c'est-à-dire 924 prises de 1000, et il en reste 76, qui sont les parties qui séparent la tangente de 40 degrés de la tangente de 45 degrés. De même, la tangente de 50 degrés est égale à 10,076126 et en enlevant la caractéristique et les trois derniers chiffres, les 76 parties au-dessus de 1000, pour la division de la tangente de 50 degrés, qui dépassent celle de 45 degrés, sont égales aux parties qui manquent à la division de 40 degrés pour aller à 1000. Il en va de même pour la tangente de tout autre degré ou minute et celle de son complément : la raison en est que le rayon est une moyenne proportionnelle entre toute tangente et la tangente de son complément.

La construction des Sinus artificiels des Rumbs et des quarts de Rumbs, est obtenue en remarquant que le premier rumb fait un angle de 11 degré 15 minutes avec le méridien ; le second, 22 degrés 30 minutes, le troisième, 33 degrés 45 minutes, le quatrième, 45 degrés etc. En conséquence, pour faire la division sur l'échelle de Gunter, pour le premier rumb, prenez l'ouverture du sinus artificiel de 11 degrés 15 minutes sur l'échelle, et reportez-la sur la ligne tracée pour contenir les divisions de la ligne des rumbs et cela donnera la division pour le premier rumb. De même, prenez l'ouverture, sur la ligne des sinus artificiels, du sinus de 22 degrés 30 minutes et reportez-la de la même manière que précédemment, et vous aurez le deuxième rumb : procédez ainsi pour toutes les autres rumbs. Les divisions pour les demi-rumbs et les quarts de rumbs s'obtiennent également de la même manière. Les divisions des Tangentes artificielles des Rumbs s'obtiennent de la même manière que les divisions des Sinus artificiels des Rumbs, en prenant les Tangentes artificielles des différents angles que les rumbs et les quarts de rumbs font avec le méridien.

Construction de la ligne des Sinus Verses artificiels

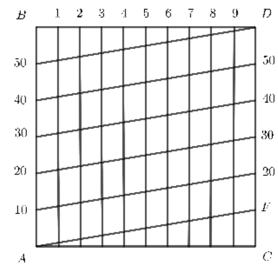
Cette ligne, qui commence à environ 11 degrés 45 minutes qui est exactement situé sous le 90 de la ligne des sinus et va jusqu'à 180 degrés (bien que sur l'échelle, ils soient numérotés en sens inverse, c'est-à-dire qu'au sinus verse de chaque 10 degrés au-dessus de 20, sont indiqués les nombres de leurs compléments à 180, pour une raison exposée ci-dessous) peut être ainsi faite, au moyen de la table des sinus, et des parties égales susmentionnées. Supposons qu'on ait à construire la division pour le sinus verse de 15 degrés. Prenez la moitié de 15 degrés qui sera de 7 degrés 30 minutes dont le Sinus doublé sera de 18,231395 et en en soustrayant le Rayon, vous aurez 8,231396 ; et en enlevant les trois derniers chiffres et la caractéristique, il restera 231 ; ce 231 pris sur votre échelle de 1000, et reporté depuis un point situé juste en-dessous du début de la Ligne des Sinus, donnera la division pour le sinus verse de 15 degrés, à laquelle est fixé 165, c'est-à-dire le complément de 15 degrés à 180 degrés. De même, pour faire la division pour 20 degrés, deux fois le sinus de 10 degrés (sa moitié) sera égal à 18,479340 ; à partir de quoi, en soustrayant le rayon et en enlevant la caractéristique et les trois derniers chiffres, vous aurez 479 ; ce qui, pris sur votre échelle et reporté depuis le début de la ligne, donnera la division pour le sinus verse de 20 degrés. Et de cette manière, la ligne des Sinus Verses peut être divisée jusqu'à 180 degrés, en observant ce que j'ai dit dans la construction de la ligne des Sinus.

… / …

De la ligne des méridiens

La ligne méridienne, sur l’échelle de Gunter, n’est rien d’autre que la table des parties méridionales de la projection de Mercator transférée sur une ligne, ce qui peut être fait de la manière suivante, à l’aide de la ligne des parties égales établie sous celle-ci, et d’un tableau des parties méridionales.

Prenez l’une quelconque des grandes divisions de la ligne de parties égales susmentionnée, dont la longueur est AB, et divisez-la en six parties égales sur un plan quelconque ; aux points A, B, élevez les perpendiculaires AC, BD, égales à AB, et complétez le parallélogramme ABDC ; divisez les côtés AC, BD, en dix parties égales et le côté DC en six ; tracez les diagonales AF, 10, 20, etc. selon la figure, et vous aurez une échelle diagonale, par laquelle toute partie de la division susmentionnée inférieure à 60 peut être facilement prise.



Maintenant, pour faire les divisions de la ligne méridienne, regardez dans le tableau des parties méridionales pour 1 degré, et vous trouverez 60 : et en enlevant le dernier chiffre, qui dans ce cas est 0, prenez six parties égales de l’échelle diagonale susmentionnée, et mettez-les sur la ligne méridienne, ce qui donnera la division pour un degré. De même, pour trouver la division pour 2 degrés, cherchez dans le tableau des parties méridionales pour 2 degrés, vous trouverez 120 : d’où en enlevant dernier chiffre (ce qui doit toujours être fait), prenez 12 de votre échelle et reportez-le à partir du début de la ligne méridienne, et vous aurez la division pour 2 degrés. En outre, pour trouver la division des 11 degrés, vous trouverez 664 ; et en rejetant le dernier chiffre, le reste sera 66, qui doit être reporté à partir du début de la ligne méridienne pour obtenir la division des 11 degrés. Mais comme 66 ne peut pas être pris sur la diagonale, il ne faut en prendre que 6 ; et pour le 60, prenez toute sa longueur, ou alors mettez le 6 de la fin de la première division de la ligne des parties égales, et vous aurez la division pour 11 degrés. De cette manière, la ligne du méridien peut être divisée en degrés et toutes les trente minutes, comme elle l’est sur l’échelle.

Il existe plusieurs autres façons de diviser cette ligne de méridien, mais on se contentera de celle-ci.

Cette ligne sert à projeter un diagramme de Mercator.

… / …

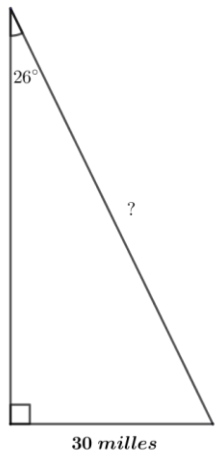
Ainsi, après avoir donné la construction des lignes de l'échelle de Gunter, je vais maintenant montrer leur mode d'utilisation ; mais, notez que ces lignes sont également placées sur des règles qui coulissent les unes sur les autres et sont donc appelées Gunters coulissantes, afin qu’on puisse les utiliser sans compas ; mais toute personne qui comprend comment les utiliser avec des compas, peut également, d'après ce que j'ai dit des règles coulissantes d'Everard et de Coggeshall, les utiliser sans.

Utilisation des lignes des Nombres, des Sinus et des Tangentes.

UTILISATION I *Étant donnés la base d'un triangle rectangle de 30 milles et l'angle opposé à celle-ci de 26 degrés, trouver la longueur de l'hypoténuse.*

Comme le sinus de l'angle, 26 degrés, est à la base, 30 milles, ainsi le rayon est à la longueur de l'hypoténuse. Placez un pied de votre compas sur le 26e degré de la ligne des Sinus, et étendez l'autre à 30 sur la ligne des Nombres ; le compas restant ainsi ouvert, placez un pied sur 90 degrés, ou sur la fin de la ligne des Sinus et faites-en sorte que l'autre tombe sur la ligne des Nombres, ce qui donnera 68 milles et demi environ, pour la longueur de l'hypoténuse cherchée.

Explication :

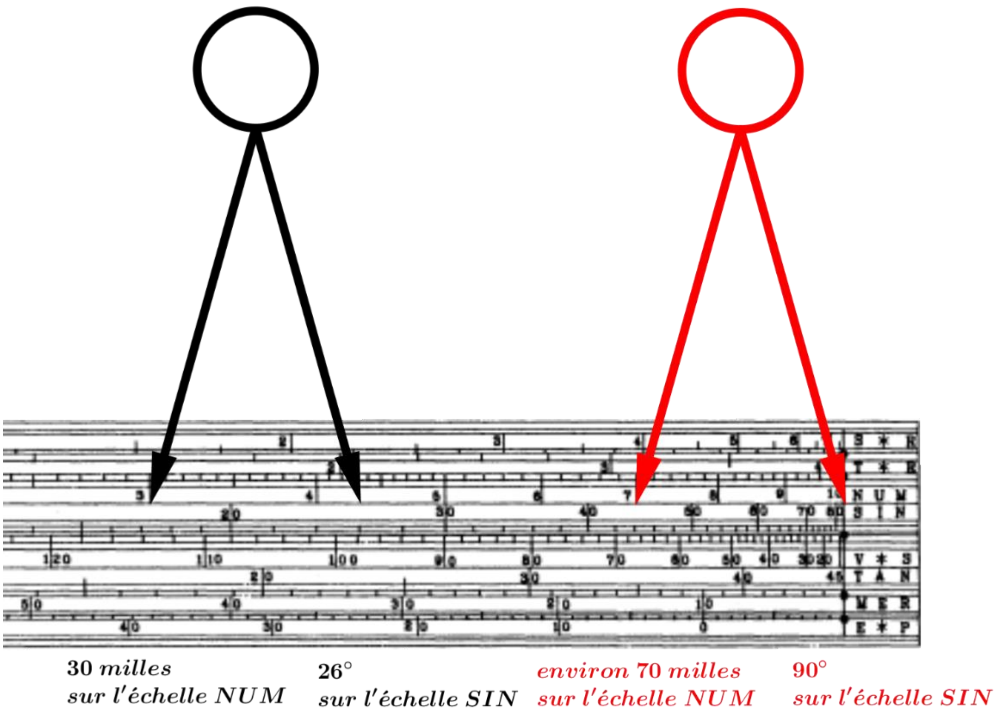


On a : $\frac{\sin 26°}{30} = \frac{\sin 90°}{x}$.

D'où en prenant le logarithme :

$$\underbrace{\log(30) - \log(\sin(26°))}_{\textit{première ouverture}} = \underbrace{\log(x) - \log(\sin(90°))}_{\textit{ouverture reportée}}.$$

L'égalité précédente peut s'écrire :
$\log(\sin(90°) - \log(\sin(26°)) = \log(x) - \log(30)$,
ce qui permet de prendre la première ouverture sur l'échelle SIN et de la reporter sur l'échelle NUM.

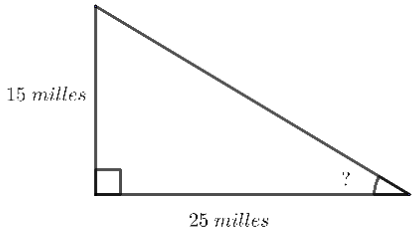


Association Sciences en Seine et Patrimoine – Didier Trotoux didier.trotoux@unicaen.fr

UTILISATION II *Étant donnés la base d'un triangle rectangle de 25 milles et la perpendiculaire de 15 milles, trouver l'angle opposé à cette perpendiculaire.*

Comme la base 25 milles est à la perpendiculaire 15 milles, ainsi le rayon est à la tangente de l'angle cherché ; car si la base est faite rayon, la perpendiculaire serait la Tangente de l'angle opposé à la perpendiculaire. Ouvrez votre compas sur la ligne des Nombres, de 15, la perpendiculaire donnée, à 25, la base donnée, et la même ouverture sera obtenue en sens inverse, sur la ligne des Tangentes, de 45 degrés à 31 degrés, l'angle recherché.

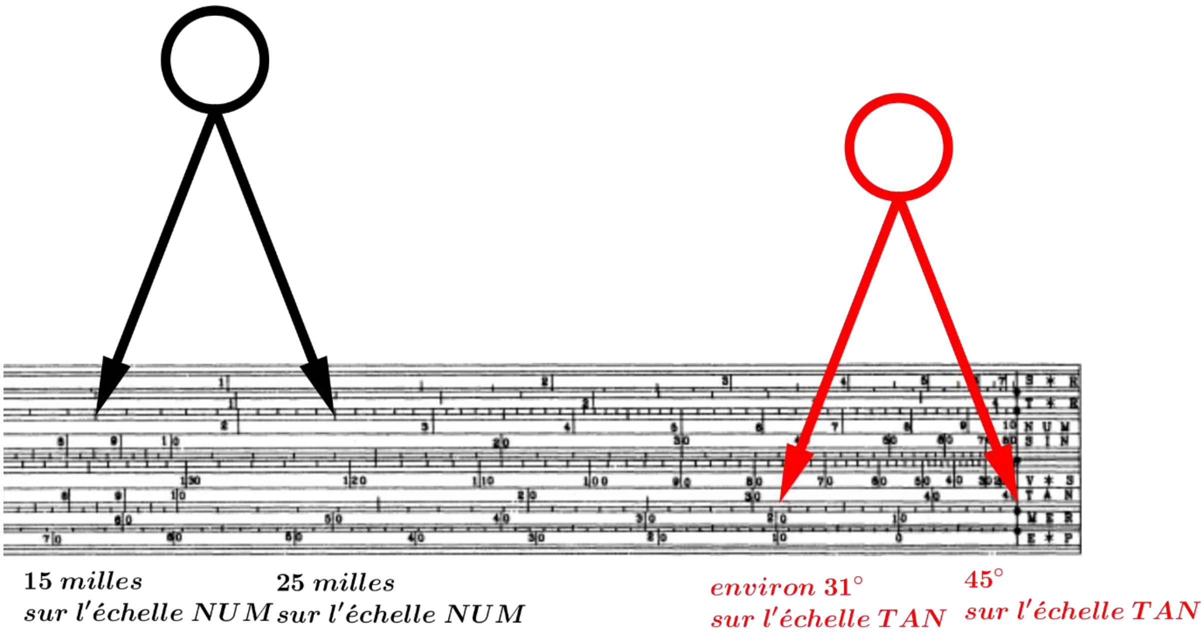
Explication :



On a : $\frac{25}{15} = \frac{1}{\tan(\theta)} = \frac{\tan(45°)}{\tan(\theta)}$.

D'où en prenant le logarithme :

$$\underbrace{\log(15) - \log(25)}_{\text{première ouverture}} = \underbrace{\log(\tan(\theta)) - \log(\tan(45°))}_{\text{ouverture reportée}}.$$

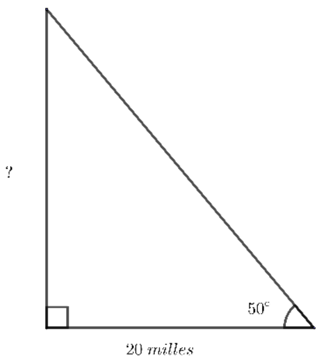


UTILISATION III *Étant donnés la base d'un triangle rectangle de 20 milles, par exemple, et l'angle opposé à la perpendiculaire de 50 degrés, trouver la perpendiculaire.*

Comme le rayon est à la tangente de l'angle donné de 50 degrés, ainsi la base 20 milles est à la perpendiculaire recherchée. Sur la ligne des Tangentes, ouvrez votre compas de la tangente de 45 degrés à la tangente de 50 degrés et la même ouverture sera obtenue sur la ligne des Nombres en sens inverse, de la base donnée de 20 milles à la perpendiculaire recherchée, soit environ 23 ¾ milles.

Note La raison pour laquelle l'ouverture de la ligne des Nombres a été reportée de 20 à 23 ¾ en avant, est que la tangente de 50 degrés (comme je l'ai déjà mentionné dans la construction de la ligne des Tangentes) devrait être aussi loin au-delà de la tangente de 45 degrés, que son complément 40 degrés se trouve de 45 degrés.

Explication :



On a : $\frac{1}{\tan(50°)} = \frac{\tan(45°)}{\tan(50°)} = \frac{20}{x}$.

D'où en prenant le logarithme :

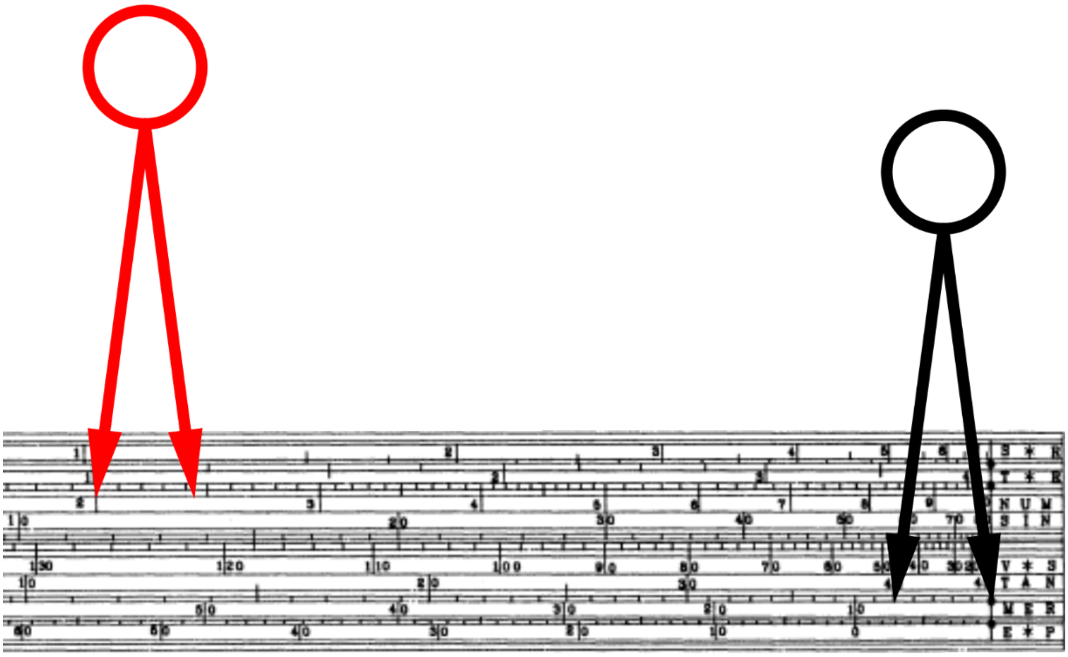
$$\underbrace{\log(\tan(45°)) - \log(\tan(50°))}_{\text{première ouverture}} = \underbrace{\log(20) - \log(x)}_{\text{ouverture reportée}}.$$

Mais, $\tan(90° - \theta) = \frac{1}{\tan(\theta)}$, d'où :

$$\log(\tan(50°)) = -\log(\tan(40°)),$$

et il vient :

$$\log(x) - \log(20) = \log(\tan(45°)) - \log(tan(40°))$$ (*cf note*).



20 *milles* **environ 24,3 *milles***
sur l'échelle NUM

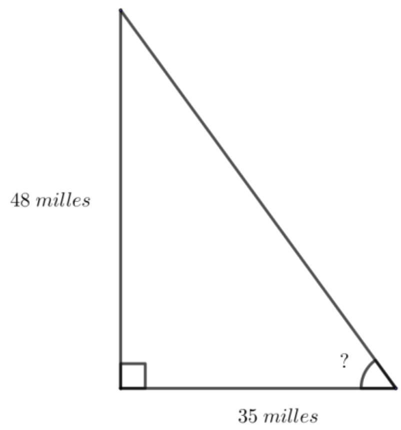
40° **45°**
sur l'échelle TAN

Association Sciences en Seine et Patrimoine – Didier Trotoux didier.trotoux@unicaen.fr

UTILISATION IV *Étant donnés la base d'un triangle rectangle de 35 milles, par exemple, et la perpendiculaire de 48 milles, trouver l'angle opposée à cette perpendiculaire.*

Comme la base 35 milles est à la perpendiculaire 48 milles, ainsi le rayon est à la tangente de l'angle recherché. Ouvrez votre compas de 35, sur la ligne des Nombres, à 48 ; la même ouverture sera obtenue en sens inverse sur la ligne des Tangentes, de la tangente de 45 degrés à la tangente de 35 degrés 5 minutes, ou 53 degrés 55 minutes ; et pour savoir auquel de ces angles l'angle recherché est égal, il faut voir que la perpendiculaire du triangle est supérieure à la base ; par conséquent (parce que les deux angles opposés à la perpendiculaire et à la base font ensemble 90 degrés), l'angle opposé à la perpendiculaire sera plus grand que l'angle opposé à la base, et par conséquent l'angle 53 degrés 55 minutes, sera l'angle cherché.

Explication :



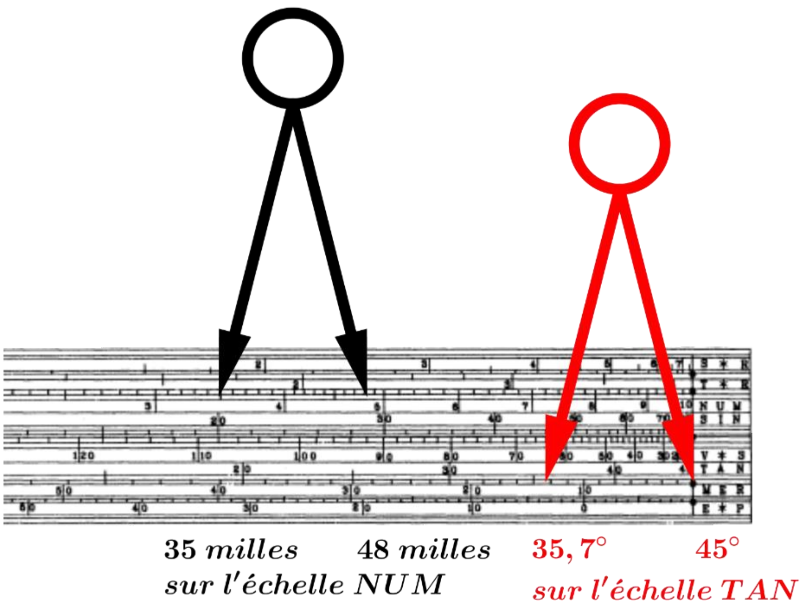
On a : $\frac{35}{48} = \frac{1}{\tan(\theta)} = \frac{\tan(45°)}{\tan(\theta)}$.

D'où en prenant le logarithme :

$$\underbrace{\log(48) - \log(35)}_{\textit{première ouverture}} = \underbrace{\log(\tan(\theta)) - \log(\tan(45°))}_{\textit{ouverture reportée}}.$$

Mais comme $\tan(90° - \theta) = \frac{1}{\tan(\theta)}$,

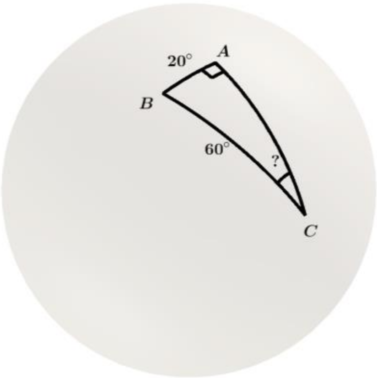
$$\log(\tan(45°)) - \log(\tan(90° - \theta)) = \log(35) - \log(48).$$



UTILISATION V *Étant donnés l'hypoténuse d'un triangle sphérique rectangle de 60 degrés, par exemple, et un des côtés de 20 degrés, trouver l'angle opposé à ce côté.*

Comme le sinus de l'hypoténuse 60 degrés est au rayon, ainsi le sinus du côté donné 20 degrés est au sinus de l'angle recherché. Ouvrez votre compas, sur la ligne des Sinus, de 60 degrés au rayon ou 90 degrés, et la même ouverture sera obtenue sur la ligne des Sinus dans le même sens, de 20 degrés, le côté donné, à 23 degrés 10 minutes, la quantité de l'angle recherché.

Explication :

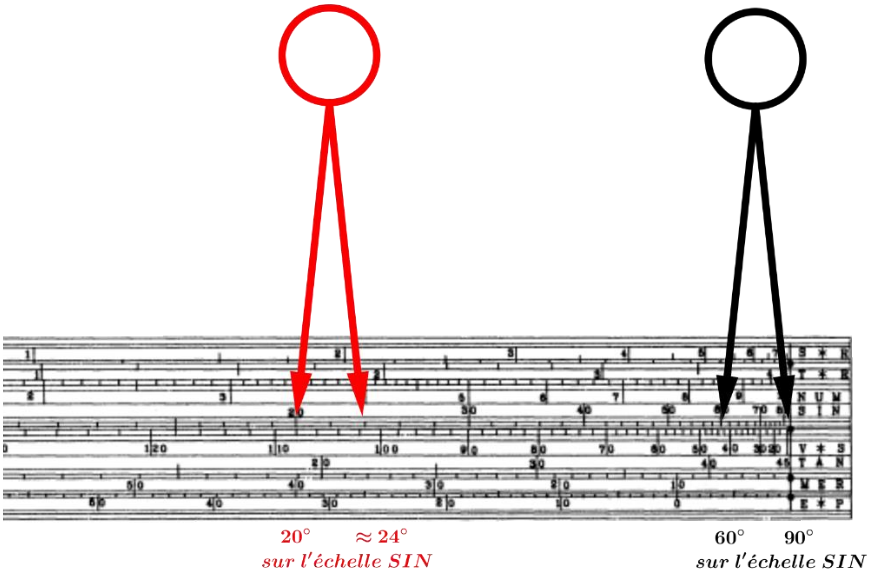


Par la formule : $\sin(c) = \sin(a) \times \sin(\hat{C})$ où $a = 60°$ et $c = 20°$,

$$\frac{\sin(60°)}{1} = \frac{\sin(20°)}{\sin(\hat{C})} = \frac{\sin(60°)}{\sin(90°)}.$$

En prenant le logarithme :

$$\underbrace{\log(\sin(90°)) - \log(\sin(60°))}_{\textit{première ouverture}}$$
$$= \underbrace{\log(\sin(\theta)) - \log(\sin(20°))}_{\textit{ouverture reportée}}$$



Association Sciences en Seine et Patrimoine – Didier Trotoux didier.trotoux@unicaen.fr

UTILISATION VI *Étant donnés le cap suivi et la distance parcourue par un navire, trouver la différence en latitude et la distance parcourue vers l'Est ou l'Ouest.*

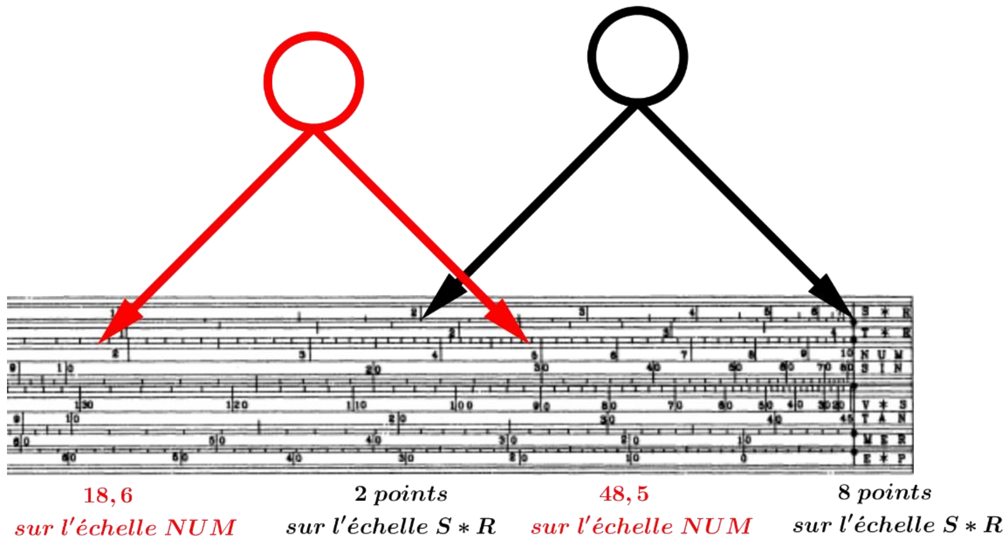
Supposons qu'un navire navigue depuis une latitude de 50 degrés 10 minutes Nord, au cap S. SW pendant 48,5 milles. Comme le rayon est à la distance parcourue de 48,5 milles, ainsi le sinus du cap suivi, qui est de deux points, ou le deuxième rumb depuis le méridien, est à la distance parcourue vers l'Ouest. Ouvrez votre compas de 8, sur la ligne des Sinus artificiels des Rumbs, à 48,5 sur la ligne des Nombres ; la même ouverture sera obtenue dans le même sens à partir du second rumb, sur la ligne des Sinus artificiels des Rumbs, jusqu'à la distance parcourue vers l'Ouest de 18,6 milles. De même, comme le rayon est à la distance naviguée 48,5 Milles, ainsi le sinus du complément du cap suivi de 67 degrés 30 minutes est à la différence en latitude. Ouvrez votre compas du rayon, sur la ligne des Sinus, à 48,5 milles sur la ligne des Nombres ; la même ouverture sera obtenue dans le même sens, de 67 degrés 30 minutes sur la ligne des Sinus, à 44,8 sur la ligne des Nombres qui, convertis en degrés en comptant 60 milles pour un degré et soustraits de la latitude nord donnée 50 degrés 10 minutes, laisse un reste de 49 degrés 25 minutes, la latitude actuelle.

Explication :

On a : $\frac{1}{48{,}5} = \frac{\sin(2\,rumbs)}{x} \Leftrightarrow \frac{\sin(8\,rumbs)}{48{,}5} = \frac{\sin(2\,rumbs)}{x}$.

En prenant le logarithme : $\underbrace{\log(S*R(8)) - \log(S*R(2))}_{première\ ouverture} = \underbrace{\log(48{,}5) - \log(x)}_{ouverture\ reportée}$.

D'où l'on tire la distance parcourue vers l'Ouest : $x = 18{,}6$.

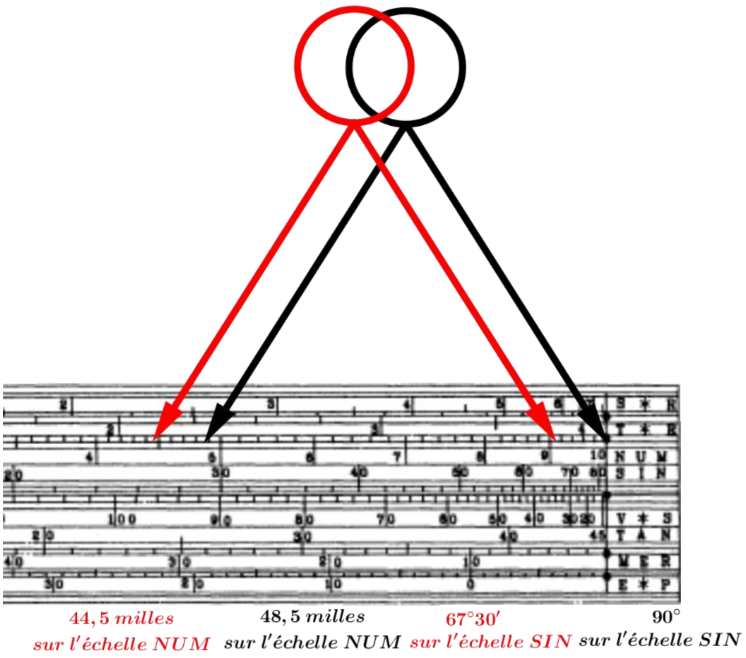


On a aussi : $\frac{1}{48{,}5} = \frac{\sin(90° - 22{,}5°)}{\Delta\lambda} = \frac{\sin(67°\,30')}{\Delta\lambda}$.

En prenant le logarithme : : $\underbrace{\log(\sin(90°)) - \log(48{,}5)}_{première\ ouverture} = \underbrace{\log(\sin(67°\,30')) - \log(\Delta\lambda)}_{ouverture\ reportée}$.

Différence en latitude Sud : $\Delta\lambda = 44{,}8\ milles \approx 45'$

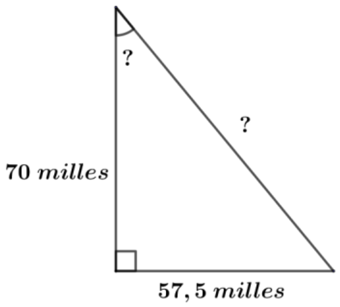
Latitude d'arrivée : $50°10' - 45' = 49°25'$.



UTILISATION VII *Étant données la différence en latitude et la distance parcourue vers l'Est ou vers l'Ouest par un navire depuis un méridien, trouver le cap suivi et la distance naviguée.*

Un navire fait route dans la direction Sud Est depuis la latitude de 59 degrés Nord, jusqu'à ce qu'il ait perdu 1 degré 10 minutes ou 70 miles de latitude et ait parcouru 57,5 milles vers l'Est ; trouver son cap et la distance qu'il a parcouru. Comme la différence de latitude de 70 miles est au rayon, ainsi la distance parcourue vers l'Est de 57,5 milles est à la tangente du cap suivi 39 degrés 20 minutes ou trois points et demi du méridien. Ouvrez votre compas du quatrième rumb, sur la ligne des Tangentes artificielles des Rumbs, à 70 miles sur la ligne des Nombres : la même ouverture sera obtenue de 57,5 sur la ligne des Nombres, au troisième rumb et demi sur la ligne des Tangentes artificielles des Rumbs. De même, comme le sinus du cap suivi 39 degrés 20 minutes est à la distance parcourue vers l'Est de 57,5 Miles, ainsi le rayon est à la distance de 90,6 milles. Ouvrez votre compas du troisième rumb et demi, sur les Sinus artificiels des Rumbs, à 57,5 milles sur la ligne des Nombres, et cette ouverture sera obtenue du sinus du huitième rhumb, sur les Sinus des Rumbs, à 90,6 miles sur la ligne des Nombres.

Explication :

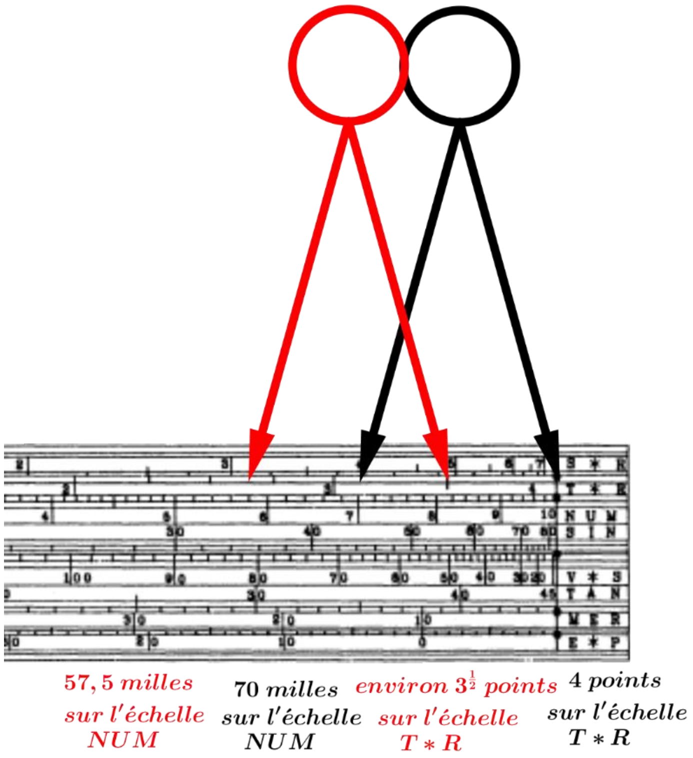


Pour déterminer le cap suivi :

On a : $\frac{70}{1} = \frac{57,5}{\tan(\theta)} = \frac{70}{\tan(4\,rumbs)}$.

D'où en prenant le logarithme :

$$\underbrace{\log(\tan(4\,rumbs)) - \log(\tan(\theta))}_{première\ ouverture} = \underbrace{\log(70) - \log(57,5)}_{ouverture\ reportée}.$$

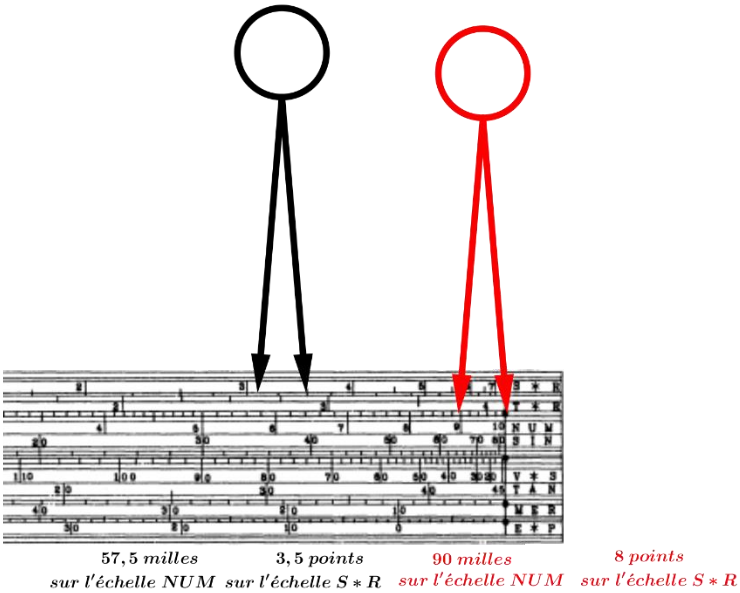


On lit sur l'échelle un cap de 3 rumbs 1/2 dans le SE, qui donnent en degrés, 39° 22,5' proche des 39° 20' indiqués dans le texte.

Pour déterminer la distance naviguée :

On a $\frac{\sin(3{,}5\ rumbs)}{57{,}5} = \frac{\sin(8\ rumbs)}{x}$ et par le logarithme :

$$\underbrace{\log(3{,}5\ rumbs) - \log(57{,}5)}_{première\ ouverture} = \underbrace{\log(8\ rumbs) - \log(x)}_{ouverture\ reportée}.$$



UTILISATION de la ligne des Sinus Verses

Étant donnés les 3 côtés d'un triangle sphérique oblique, trouver l'angle opposé au plus grand côté.

Supposons que le côté AB soit de 40 degrés, le côté BC de 60 degrés et le côté AC de 96 degrés, il s'agit de trouver l'angle ABC. Additionnez d'abord les trois côtés, puis soustrayez de la moitié de la somme le plus grand côté AC et notez le reste ; la somme sera de 196 degrés, dont la moitié est de 98 degrés ; en soustrayant 96 degrés, le reste sera de deux degrés.

Ceci fait, ouvrez votre compas du sinus de 90 degrés, au sinus du côté AB 40 degrés ; et en reportant cette ouverture au sinus de l'autre côté BC 60 degrés, vous trouverez qu'il atteint un quatrième sinus d'environ 34 degrés. De ce quatrième sinus, ouvrez vos compas au sinus de la moitié de la somme, c'est-à-dire au sinus de 72 degrés, le complément de 98 degrés à 180 degrés, et cette deuxième ouverture ira du sinus de la différence de 2 degrés au sinus de 3 degrés 24 minutes, ce qui donne, sur les Sinus Verses, 151 degrés 50 minutes, qui est la valeur de l'angle cherché.

Pour mettre en évidence la raison de cette opération, il est démontré dans la plupart des livres de trigonométrie, que comme le rayon est au sinus de AB, ainsi le sinus de BC est à un quatrième sinus ; puis comme ce quatrième sinus est au rayon, ainsi la différence des sinus verses de AC et AB+BC sont au sinus verses du complément de l'angle ABC à 180 degrés. Il est également démontré que, comme le rayon est au sinus de la moitié de la somme de deux arcs quelconques, ainsi le sinus de la moitié de leur différence est à la moitié de la différence des sinus verses de ces deux arcs : d'où, si le sinus de AB est appelé a, le sinus de BC, b, et le sinus de AC, c, on aura le quatrième Sinus de la première Analogie ; ce qui s'écrit, r : a :: b : (ab/r). Maintenant, pour obtenir la différence des sinus de AC et AB+BC, appelons p le sinus de (AB+BC+AC)/2 et q, le Sinus de (A B+BC-AC)/2 alors comme r : p :: q : (pq/r) dont le dernier terme sera la moitié de la différence des sinus verses de AC et AB+ BC : donc si nous disons encore, comme (ab/r) : r :: (2pq/r) : (2rpq/ab), ce dernier Terme sera le sinus verse du complément de l'angle ABC. Pour trouver lequel dans les deux opérations, vous devez dire, r : a :: b : (ab/r) ; puis (ab/r) : p :: q : (rpq/ab) dont le dernier terme, multiplié par 2, sera le sinus verse du complément recherché. Mais pour éviter de multiplier par 2, les sinus verses sur les échelles sont adaptés à partir de cette proportion, à savoir : comme le rayon est à la moitié du sinus d'un arc, ainsi la moitié du sinus du même arc est à la moitié du sinus verse de cet Arc.

… / …

Association Sciences en Seine et Patrimoine – Didier Trotoux didier.trotoux@unicaen.fr