

Trigonométrie chez Legrip

Christian Vassard

Association Sciences en Seine et Patrimoine

IREM de Rouen – Normandie

Décembre 2023

Trigonométrie

Sommaire

De la navigation en général	p 267
Démonstration des sinus, tangentes et sécantes	p 268
Navigation par les sinus logarithme	p 270
Première proposition (détermination du moyen parallèle)	p 270
Exemples 1 ^{er}	p 270
Exemples 2 ^e	p 270
Exemple 3 ^e	p 271
Seconde proposition (réduire les lieues mineures en lieues majeures)	p 272
Exemple 1 ^{er}	p 273
Exemple 2 ^e	p 273
Troisième proposition (réduction des degrés de longitudes en lieues mineures)	p 274
Exemple 1 ^{er}	p 274
Première proposition de la navigation par les sinus logarithmes (aire de vent, chemin, coordonnées départ)	p 274
Exemple 1 ^{er}	p 276
Exemple 2 ^e	p 277
Seconde proposition (latitude départ et arrivée, chemin)	p 278
Exemple 1 ^{er}	p 278
Exemple 2 ^e	p 279
Troisième propositions (aire de vent et différence en latitude)	p 280
Exemple 1 ^{er}	p 281
Exemple 2 ^e	p 282
Quatrième proposition ou règles de distance (latitude et longitude de départ et d'arrivée)	p 283
Exemple 1 ^{er}	p 284
Exemple 2 ^e	p 285
Règles pour plusieurs routes	p 286
Exemple 1 ^{er}	p 288
Exemple 2 ^e	p 289
Première correction	p 291
Exemple 1 ^{er}	p 292
Seconde correction	p 293
Exemple 1 ^{er}	p 294
Troisième correction (page absente)	p 295
Exemple 1 ^{er}	p 296
Correction pour plusieurs routes	p 297
Exemple 1 ^{er}	p 298
Exemple 2 ^e	p 299

N. B. Les numéros de page indiqués dans ce sommaire sont celles figurant sur le manuscrit de J.-B. Legrip.
La page 295 qui probablement expliquait en général la troisième correction est absente, elle est remplacée par la page 170.

De La Navigation En generale D

quest ce que La Navigation et sur quoy elle est fondee

La Navigation est une science ou art qui comprend le point qu'un homme doit sçavoir pour conduire un navire

La navigation se considere en deux manieres sçavoir comme speculatif et theorique ou comme effective et pratique Celle cy est proprement un art qui est reduit en pratique de precepte suivante qui donne pour la theorie qui est une veritable science. Il y a deux sorte de navigation sçavoir la galee dromie et l'histiodromie. La galee dromie signifie course de long des Coste ou le petit Capotage et l'histiodromie est course d'un navire en pleine mer. ou navigation de long cours. La navigation est fondee sur la connoissance de la sphere et de la trigonometrie. La trigonometrie est un mot grec qui ne veut dire autre chose que la mesure du triangle. Etabli sur la demonstration des sinus. Le sinus est une secante La quel est le de la Droite et proportion des cord de cercle qui serve a mesurer les angle et la valeur des Costes qui leur sont oppose. Car les sinus et les tangente et les secantes sont des ligne droite proportionnez ala grandeur et ala valeur du sinus total qui est represente par le demy diametre du Cercle que l'on suppose estre divise en cent mille partie egalle. Chacune de cest partie egalle augmente selon la grandeur qu'il appartient ala mesure de chaque angle. C'estable ne sont construites que pour le quart de cercle qui vaut 90. Et chaque degrez vaut 60 minutes et quand les degrez excedent 90. on prend leur Complement au demy Cercle qui comprend 180. Et pour entendre les termes servant a l'intelligence de la trigonometrie. Il faut sçavoir que le sinus droit d'un arc est une ligne droite qui tombe de l'extremite de l'arc en angle droit sur le demy diametre. Il se prouve par l'autre extremite du même arc. Comme il est demontre par cette figure ou la ligne ac est le sinus droit de l'arc ba qui est de 50.

De la Navigation en général

Qu'est-ce que la navigation et sur quoi elle est fondée
 La navigation est une science ou art qui comprend le point
 qu'un homme doit savoir pour conduire un navire.
 La navigation se considère en deux manières à savoir comme spéculative
 et théorique ou comme effective et pratique. Celle-ci est proprement un art
 qui est produit en pratique [par] le précepte inventé qui [est] donné pour
 la théorique qui est une véritable science¹. Il y a deux sortes de navigation
 à savoir la gialodromie² et l'histiodyromie³. La gialodromie signifie la course
 le long des côtes ou le petit cabotage et l'histiodyromie est la course d'un
 navire en pleine mer ou navigation au long cours. La navigation
 est fondée sur la connaissance de la sphère et de la trigonométrie. La
 trigonométrie est un mot grec qui ne veut dire autre chose que la
 mesure d'un triangle. établi sur la démonstration des sinus itinéraires⁴ et
 sécantes laquelle est tirée de la raison et proportion des quarts de cercles
 qui servent à mesurer les angles et la valeur des côtés qui leur sont opposés⁵.
 Car les sinus et les tangentes et sécantes sont des lignes droites pro-
 portionnelles à la grandeur et à la valeur du sinus total qui est représenté
 par le demi diamètre du cercle que l'on suppose être divisé en cent
 mille parties égales⁶. chacune de ces parties égales augmentent selon
 la grandeur qu'il appartient à la mesure de chaque angle. Ces tables
 ne sont construites que pour le quart de cercle qui vaut 90 degrés. Chaque
 degré vaut 60 minutes et quand les degrés excèdent 90 degrés, on prend
 leur complément au demi-cercle qui comprend 180 degrés. Pour entendre
 les termes servant à l'intelligence de la trigonométrie, il faut savoir
 que le sinus droit d'un arc est une ligne droite qui tombe de l'extré-
 mité de l'arc en angle droit sur le demi-diamètre tiré par l'autre
 extrémité du même arc comme il est démontré par cette figure
 où la ligne GC est le sinus droit de l'arc BG qui est de 50 degrés.

¹ Phrase peu claire...

² Du grec *gialos* rivage et *dromos* course. Merci à Didier Trotoux pour cet éclaircissement.

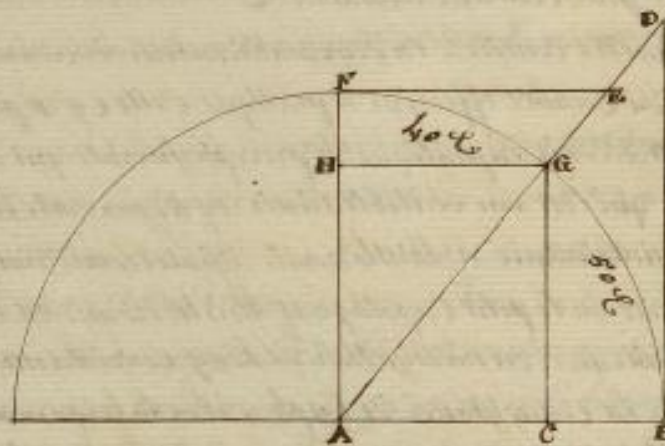
³ Du grec *Istion* voile de navire et *dromos* course.

⁴ On aurait préféré tangente, mais le mot est difficilement lisible.

⁵ On peut voir dans cette phrase une allusion à la loi des sinus, essentielle pour la résolution des triangles. Legrip utilisera cette loi des sinus tout au long de son traité.

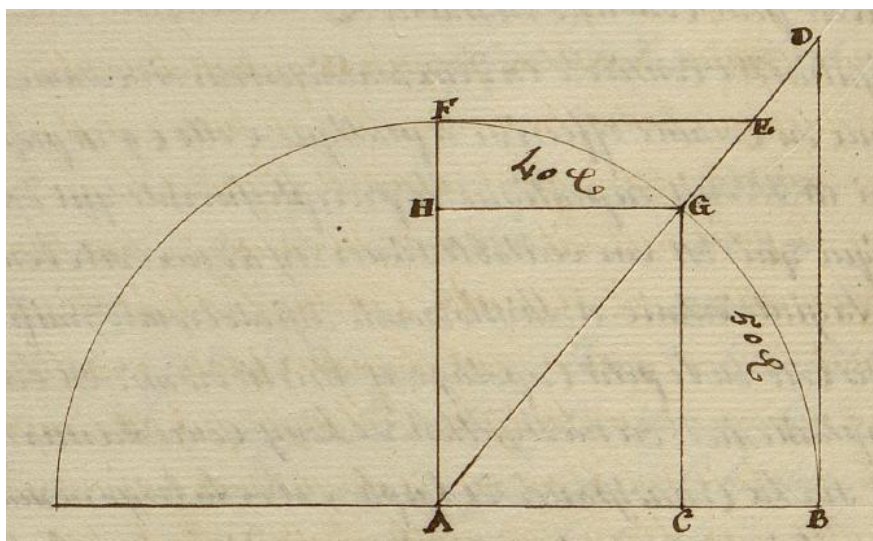
⁶ Comme souvent à l'époque, le rayon choisi n'est pas égal comme de nos jours à 1 mais à 100 000. Ainsi par exemple, le sinus de 30° est égal à 50 000. Concrètement, le sinus (au sens de Legrip) d'un angle ou d'un arc α est donc égal à $10^5 \sin \alpha$, arrondi à l'entier le plus proche.

Démonstration des Sinus Tangentes Et Secantes



Explication Le sinus droit d'un arc est représenté par la ligne CE qui est le sinus droit de l'arc BE arc de 50° . Le sinus complément est le sinus droit d'un arc lequel avec le prolongé est la mesure entière d'un quart de cercle qui vaut toujours 90° comme la ligne BE qui est le sinus et la mesure de l'arc BA qui est de 50° . Lesquelz deux ensemble complètent le quart de cercle BE de 90° . Le tiers est le rayon ou le demi diamètre d'un cercle comme la ligne AB sinus versé d'un arc est la partie du sinus total comprise entre le point où tombe le perpendiculaire du sinus droit et l'extrémité du sinus total comme CB qui est le sinus versé de 50° .
La tangente est une ligne droite élevée perpendiculairement sur l'extrémité du demi diamètre tiré à l'une des extrémités de l'arc et prolongé jusqu'à ce qu'elle rencontre une ligne droite tirée du Centre par l'autre extrémité du même arc comme la ligne BD qui est tangente de 50° et va couper la ligne AD .
La tangente complément est une ligne droite élevée perpendiculairement sur l'extrémité F de l'autre demi diamètre AB et va rencontrer la même ligne AD prolongée comme FE laquelle est la tangente de l'arc FE 40° complément de l'arc BE de 50° . Secante est une ligne droite tirée du Centre du cercle par l'extrémité d'un arc prolongé.

Démonstration des sinus, tangentes et sécantes



Explication Les sinus droit d'un arc est représenté par la ligne CG qui est le sinus droit de l'arc BG arc de 50 degrés. Le sinus complément est le sinus droit d'un arc lequel avec le prolongé est la mesure entière d'un quart de cercle qui vaut toujours 90 degrés. Comme la ligne HG qui est le sinus et la mesure de l'arc BG qui est de 50 degrés lesquels tous deux ensembles complètent le quart de cercle BF de 90 degrés.

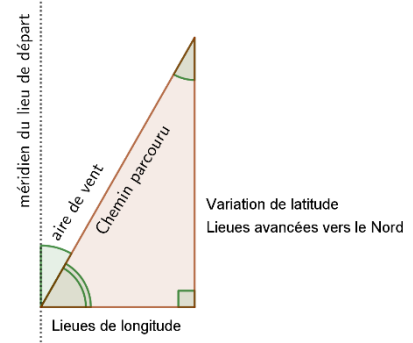
L'entier sinus ou rayon est le demi diamètre d'un cercle comme la ligne AB. Le sinus verse d'un arc est la partie du sinus total comprise entre le point où tombe la perpendiculaire du sinus droit et l'extrémité du sinus total comme CB qui est le sinus verse de 50 degrés.

La tangente est une ligne droite élevée perpendiculairement sur l'extrémité du demi diamètre tirée à l'une des extrémités de l'arc et prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre une ligne droite tirée du centre par l'autre extrémité du même arc comme la ligne BD qui est tangente de 50 degrés et va couper la ligne AD.

La tangente du complément est une ligne droite élevée perpendiculairement sur l'extrémité de l'autre demi diamètre AF et va rencontrer la même ligne AD prolongée comme FE laquelle est la tangente de l'arc FG de 40 degrés complément de l'arc BG de 50 degrés. La sécante est une ligne droite tirée du centre du cercle par l'extrémité d'un arc prolongée

jusqu'à ce quelle s'encontre la tangente du même arc Comme par exemple
 AD qui est secante de 60° qui va s'encontre la tangente DB.
 La secante Complément est celle même ligne prolongée ou rallongée de
 puis le Centre jusqu'à ce quelle s'encontre la tangente du Complément
 du même arc Comme de puis A jusqu'à E qui est le Centre de l'arc de 40°
 voilà sur quoy que toutes la navigation est fondée et y l'on trouve une
 telle proportion et un tel Rapport entre ces ligne et les arcs de cercle
 que grand ou petit qu'il soit on trouve la valeur de leur sinus Comme
 au sty des tangente et des Secante. C'est sur ces trois ligne que
 toute la navigation doit se prendre par la première proposition. Se de
 menter par le moyen d'un triangle Rectangle qui est composé de
 trois angle et de trois costez dont un des angleaux toujours 90° et est
 compris entre deux ligne des quelle Représente la latitude et la hauteur
 que le navire a au dessus du Nord ou du Sud et l'autre ligne marque
 les lieux de Longt que le navire a fait à l'Est ou à l'Ouest, mais la
 troisième ligne du triangle qui est opposée à l'angle droit Représente
 la distance c'est à dire la quantité du chemin qui se trouve entre le
 lieu d'où le navire est parti et le lieu où y l'on arrive y l'on reste en Core d'un
 angle au dit triangle son Compris entre le méridien du lieu d'où le navire
 est parti et la ligne y l'on arrive du navire qui marque l'air de vent ou la route
 et l'autre angle Représente le Complément à 90° du même air de
 vent ou de la Route tellement que qui sçait résoudre un triangle rectangle
 rien aisément a bout des principales question qui concernent la na-
 vigation d'autant qu'il y a trois termes connus de six dont est composé
 le triangle son connaît les autres trois en telle sorte que l'angle droit
 étant toujours supposé et connu y l'on ne reste que la connaissance des
 deux autres angle dont l'un étant trouvé l'autre sera aussi connu.
 D'autant qu'il est leur Complément. Remarque que les trois angle
 ne doivent être pris que par deux termes nous considérons quatre parties dans
 la navigation sçavoir la latitude la Longt l'air de vent et la distance qui
 est le chemin compris entre deux lieux car deux de ces parties connus est
 l'angle droit donnant la connaissance des deux autres parties par la
 Résolution des triangle Rectangle.

jusqu'à ce qu'elle rencontre la tangente du même arc comme par exemple AD qui est la sécante de 50 degrés et qui va rencontrer la tangente DB. La sécante complément est cette même ligne prolongée ou raccourcie depuis le centre jusqu'à ce qu'elle rencontre la tangente du complément du même arc comme depuis A jusqu'à E qui est le centre de l'arc de 40 degrés⁷. Voilà sur quoi toute la navigation est fondée et il se trouve une telle proportion et un tel rapport entre ces lignes et les arcs de cercle que grand ou petit qu'il soit, on trouve la valeur de leur sinus comme aussi des tangentes et des sécantes. C'est sur ces trois lignes que l'on découle toute la navigation dont les principales propositions se démontrent par le moyen d'un triangle rectangle⁸ qui est composé de trois angles et de trois côtés dont un des angles vaut toujours 90 degrés et est compris entre deux lignes, lesquelles représentent la latitude et les lieues que le navire a avancé vers le Nord ou le Sud et l'autre ligne marque les lieues de longitude que le navire a fui à l'Est ou à l'Ouest mais la troisième ligne du triangle qui est opposée à l'angle droit représente la distance c'est-à-dire la quantité du chemin qui se trouve entre le lieu du départ du navire et le lieu où il est arrivé. Il reste encore deux angles au dit triangle, l'un compris entre le méridien du lieu du départ et la ligne itinéraire du navire qui marque l'aire de vent ou la route, et l'autre angle représente le complément à 90 degrés de la même aire de vent ou de la route, tellement que qui sait résoudre un triangle rectangle vient aisément à bout des principales questions qui concerne la navigation d'autant qu'ayant trois termes connus de six dont est composé le triangle, l'on connaît les trois autres en telle sorte que l'angle droit étant toujours supposé et connu, il ne reste que la connaissance des deux autres angles dont l'un étant trouvé, l'autre sera aussi connu



d'autant qu'il est son complément. Remarquez que les trois angles ne doivent être pris que pour deux termes, nous considérons quatre parties dans la navigation à savoir la latitude, la longitude, l'aire de vent et la distance qui est le chemin compris entre deux lieux car deux de ses parties connues et l'angle droit, donnant la connaissance des deux autres parties par la résolution des triangles rectangles.

⁷ On retrouve ainsi toutes les lignes trigonométriques usuelles : sinus, cosinus, tangente, cotangente, sécante et cosécante. En trigonométrie moderne, on rappelle que la sécante est l'inverse du cosinus et la cosécante l'inverse du sinus.

⁸ Legrip base toute la navigation sur la résolution des triangles rectangles. Sont repris dans la figure ci-dessus les éléments du triangle rectangle qu'il invoque sans le nommer : c'est en fait un triangle de navigation.

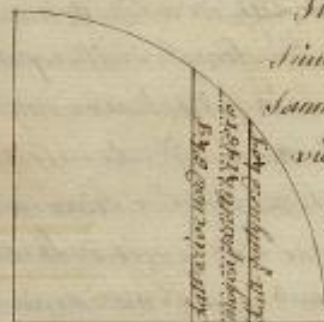
Navigations par Le Sinus Logarithm

Premiere Proposition

De la moyenne parallèle par les sinus communs. Il faut entendre que sinus complément, des deux moyenne parallèle qu'on cherche sont des sinus communs et non logarithme ainsi. Il faut chercher dans les tables des sinus communs le sinus complément, qui correspond au degré et min de chaque latitude. En au degré et min de la latitude d'un port et de la latitude en en est arrivée en suite adjointe ces deux nombres ensemble et la moitié de la somme étant cherchée en la table de qui est le complément de la moyenne parallèle.

Exemple 1^{er}

On demande la moyenne parallèle entre 40.4 et 54.9 de latitude nord.



Sinus complément de 40.4	58.5405
Sinus complément de 54.9	35.0720
Summe des deux	93.6125
Moitié de la somme	46.8062

qui est la moyenne parallèle

Reponse

La moyenne parallèle est de 46.81

qu'on se route à la suite Depuis la ligne équinoxiale jusqu'à une certaine latitude ou bien qu'on s'en soit party de quel que latitude et qu'on se soit arrivé vers la ligne équinoxiale il faut adjointe l'autre sinus avec le sinus du complément de la latitude et la moitié de la somme donnera le sinus complément de la moyenne parallèle.

Exemple 2nd

On demande la moyenne parallèle entre la ligne équinoxiale et 19.9 de latitude nord ou sud.



Sinus complément de 19.9	70.0869
ajoute l'autre sinus	100.0000
Summe	170.0869
Moitié de la somme	85.0434

qui donne 13.9500 pour la moyenne parallèle

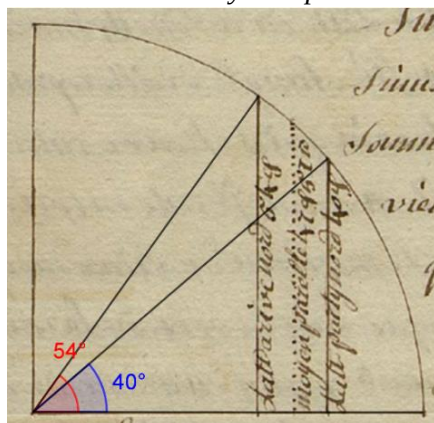
Navigation par le sinus logarithme⁹

Première proposition

Trouver la moyenne parallèle par les sinus communs, il faut entendre que le sinus complément des deux moyennes parallèles qu'on cherche sont des sinus communs et non logarithmes. Ainsi, il faut chercher dans les tables des sinus communs le sinus complément qui correspond aux degrés et minutes de chaque latitude, à savoir aux degrés et minutes de la latitude du départ et à ceux de la latitude où on est arrivé. Ensuite, ajoute ces deux nombres ensemble et la moitié de la somme étant cherchée en la table, de qui est le complément du moyen parallèle.

Exemple 1^{er}

On demande la moyenne parallèle entre 40° et 54° de latitude Nord¹⁰.



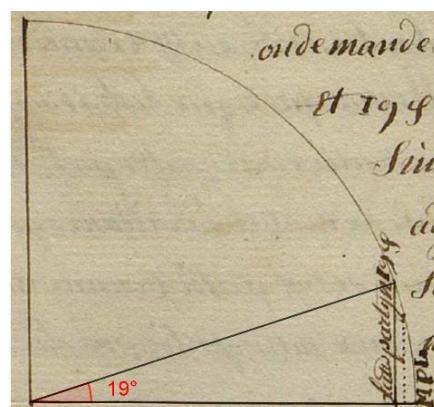
sinus complément de 40° :
sinus complément de 54° :
somme dont il faut en prendre la moitié :
vient le sinus complément de 47°51m :
qui est la moyenne parallèle.

Réponse

La moyenne parallèle est de 47°51m.¹¹

Que si la route a été faite depuis la ligne équinoxiale jusqu'à une certaine latitude ou bien qu'on serait parti de quelque latitude et qu'on serait arrivé sur la ligne équinoxiale, il faut ajouter l'entier sinus avec le sinus du complément de la latitude et la moitié de la somme donnera le sinus complément du moyen parallèle

Exemple 2^{eme}



On demande la moyenne parallèle entre la ligne équinoxiale et 19° de latitude Nord ou Sud.

sinus complément de 19°
ajoute l'entier sinus :
somme :
moitié de la somme :
qui donnera 13°30m pour la moyenne parallèle¹².

⁹ Voir l'annexe 0 et l'annexe 1.

¹⁰ On peut observer que le dessin visualise les sinus de 54° et 40° et non les sinus de leur complément.

¹¹ Curieusement, Legrip précise qu'il faut utiliser des sinus communs pour finalement faire les calculs avec des sinus logarithmes. On peut remarquer que les dessins sont justes, en ce sens que les angles ont bien la valeur indiquée.

¹² La moyenne parallèle est obtenu par une lecture inverse dans la table, avec une interpolation linéaire si nécessaire. Si on dispose d'une calculatrice, le résultat est immédiat.

Mais Si les deux Lats sont de different Cotez C'est adire
 Septentr du Cotez du Nord et Sautre du Cotez du Sud et l'un d'eux inegale
 il faut faire trois operations Comme en vien de faire au dernier exemple
 C'est il faut premierement, trouue la moyenne parallele entre la ligne
 et Chacune des deux Lats par deux operation et ayant une fois trouue
 par des Regle ordinaire les deux moyenne parallele il faut en dernier
 lieu, trouue une troisieme La quelle sera la moyenne parallele
 qu'on demande.

Exemple 3^{me}

on demande la moyenne parallele entre 30.9 de latitude Nord et 42.9 de latitude Sud.



Sinus Complementz de 30.9	77.5783
ajoutez l'entier sinus	1000000
Somme	1775783
Complementz qu'on donne pour la moyenne parallele du nord 21.9286	77.6576
Complementz de 42.9 ajoutez l'entier sinus	1757107
moitie prise pour avoir le Complementz	775853
moyenne parallele du Cotez du Sud 30.9 27.10	
Sinus Complementz de 21.9286 Nord	77.6574
Sinus Complementz de 30.9 27.10 Sud	77.5554
moitie deus le sinus Complementz donne . . . Somme . . .	1770436
26.424 de moyenne parallele entre 30.9 de latitude Nord et 42.9 de latitude Sud	1770436

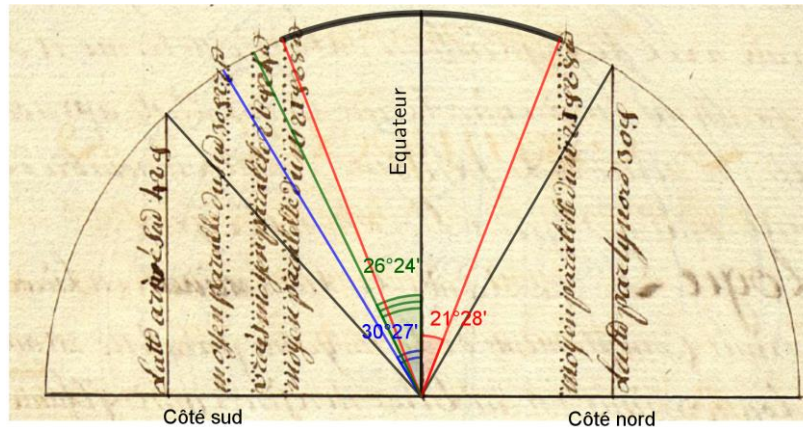
Reponce

La vraie moyenne parallele entre 30.9 de latitude Nord et 42.9 de latitude Sud
 se trouue de 26.424 de latitude

Mais si les deux latitudes sont de différents côtés c'est-à-dire si l'une est du côté du Nord et l'autre du côté du Sud et toutes deux inégales, il faut faire trois opérations comme on vient de faire au dernier exemple car il faut premièrement trouver la moyenne parallèle entre la ligne [équinoxiale] et chacune des deux latitudes par deux opérations et ayant une fois trouvé par les règles ordinaires les deux moyennes parallèles il faut en dernier lieu en trouver une troisième laquelle sera la moyenne parallèle.

Exemple 3^e

On demande la moyenne parallèle entre 30° de latitude Nord et 42 degrés de latitude Sud¹³.



sinus complément de 30° :	993 753
ajoutez l'entier sinus :	<u>1 000 000</u>
somme :	<u>1 993 753</u>
complément qui donne pour la moyenne parallèle du Nord 21°28m :	<u>996 876</u>
[sinus]complément de 42°, ajoutez l'entier sinus :	<u>1 987 107</u>
moitié prise pour avoir le complément	<u>993 553</u>
moyen parallèle du côté du Sud :	30°27m.
sinus complément de 21°28m Nord :	996 878
sinus complément de 30°27m Sud :	<u>993 554</u>
moitié dont le sinus complément donné... somme :	<u>1 990 432</u>
26°24m de moyen parallèle entre 30° de lat. Nord et 42° de lat. Sud :	<u>995 216</u>

Réponse

La vraie moyenne parallèle entre 30° de latitude Nord et 42° de latitude Sud se trouve à 26°24 minutes¹⁴.

¹³ Les couleurs des angles du dessin correspondent aux couleurs des calculs correspondants.

¹⁴ Outre qu'elle est bien compliquée, la méthode paraît tenir d'une « tambouille » calculatoire, sans réel fondement. Il semble que Legrip considère que les deux parties symétriques entre 21°28m Nord et Sud se compensent, alors que sur cette zone, on a les parallèles les plus grands. Comme il est clair que la moyenne parallèle que l'on cherche à déterminer est dans l'hémisphère Sud, il reste finalement à déterminer la moyenne parallèle entre 21°28m Sud et 30°27m Sud, selon la méthode habituelle.

C'est une méthode que l'on retrouve aussi dans le traité de Denoville, sans plus d'explication.

Seconde Proposition

Reducire les lieux mineurs qui sont style a dix, ou au dixièm, en lieux majeurs, par une table ou moyenne parallele propostee depuis l'invention des logarithmes, on ne se sert d'aucunement des sinus appellez communs a cause de la facilité des sinus logarithmiques qu'on appelle sinus artificielz, et qui abrogent tellement qu'on a pas besoin de multiplication ny de division car la multiplication est changee en addition et la division en soustraction ainsi nostre tiers des sinus artificielz en logarithmes.

Pratique de

pour Reduire les lieux mineurs en lieux majeurs on ajoute le logarithme du second terme avec le logarithme du troisieme terme et de la somme on ote le logarithme du premier terme ce qui reste apres on cherche dans la table des nombres logarithmiques donne un nombre de lieux, qu'on appelle majors qu'on réduit en degrez.

ANALOGIE

pour Reduire les lieux mineurs en lieux majeurs Comme le sinus Complement de la moyenne parallele est au sinus mineur ainsi le sinus Complement est au lieu majeur mais il faut remarquer que dans la table des nombres logarithmiques qu'on peut prendre ce qu'on veut du nombre logarithmique pour un lieu dont il faudroit avoir pour faire une mid de degrez de 10 de lieux mais en tout ce qui s'ay dessein de faire je me serviray de prendre a pour un lieu au nombre logarithmique dont pour 15 lieux je prendray 45 et pour 100 lieux ainsi est autre pour travailler avec plus de justesse ainsi chacun qui me viendra au nombre logarithmique vaudra autant de lieux et par consequence une mid de degrez est pour quoy quand j'auray 20 lieux soit mineur soit majeur en chemin ou bien de difference en latitude je chercheray au table des nombres logarithmiques le ainsi des autres également Les lieux qui me viendront par le nombre logarithmique seront aussi precise c'est adire vaudront autant de mid soit en latitude en longitude.

Seconde proposition

Réduire les lieues mineures qui sont cinglées à l'Est ou à l'Ouest en lieues majeures par une latitude ou moyenne parallèle proposée. Depuis l'invention des logarithmes, on se sert rarement des sinus appelés communs, à cause de la facilité des sinus logarithmes qu'on appelle sinus artificiels qui abrègent tellement qu'on n'a pas besoin de multiplication ni de division car la multiplication est changée en addition et la division en soustraction ainsi nous traiterons du sinus artificiel ou logarithme.

Pratique

Pour réduire les lieues mineures en lieues majeures, on ajoute le logarithme du second terme avec le logarithme du troisième terme et de la somme, on ôte le logarithme du premier terme. Ce qui reste après, on le cherche dans la table des nombres logarithmes [qui] donne un nombre de lieues qu'on appelle majeures, qu'on réduit en degrés.

Analogie pour réduire les lieues mineures en lieues majeures.

Comme le sinus complément de la moyenne parallèle est aux lieues mineures ainsi l'entier sinus est aux lieues majeures. Mais il faut remarquer que dans la table des nombres logarithmes qu'on peut prendre 60 si on veut du nombre logarithme pour une lieue¹⁵. Donc il faudrait avoir pour faire une minute de degré 20 minutes de lieue¹⁶ mais en tout ce que j'ai dessein de faire, je me servirai de prendre 3 [minutes] pour une lieue¹⁷ au nombre logarithme donc pour 15 lieues, je prendrai 45 [minutes] et pour 100 lieues 300 [minutes] et ainsi des autres pour travailler avec plus de justesse, ainsi chacun qui me viendra au nombre logarithme vaudra un tiers de lieue et par conséquent, une minute de degré. C'est pourquoi quand j'aurai 20 lieues soit mineures soit majeures en chemin ou bien de différence en latitude, je chercherai à la table des nombres logarithmes 60¹⁸ ainsi des autres également. Les lieues qui me viendront par le nombre logarithme seront aussi parties c'est-à-dire vaudront autant de minutes en latitude soit en longitude¹⁹.

¹⁵ Autrement dit, cela signifie qu'une lieue peut être partagée en 60 parties, qu'on peut qualifier de minutes de lieues. Coexiste aussi, notamment à la suite des lectures dans une table de logarithmes des lieues exprimées selon le système décimal.

¹⁶ Comme 1° correspond à 20 lieues, 1 minute de degré correspond à 60 fois moins soit à $\frac{20^e}{60}$ de lieues, soit 20 minutes de lieues puisque la lieue est ici supposée partagée en 60 minutes. En langage moderne, une minute de degré correspond à un tiers de lieue.

¹⁷ Comme 1 degré correspond à 20 lieues, il est clair que 3 minutes correspondent à 1 lieue.

¹⁸ Puisque 20 lieues correspondent à 60 minutes.

¹⁹ Il semble qu'il convertisse les lieues en minutes avant leur conversion en degrés minutes.

Exemple 1^{er}

on demande Combien vaille en Longt 70 lieux & 20 minutes en deux majors
 & de degrez de Longt par la moyenne parallele de 50 1/2 20 10 ~



pour trouue le Complement du moyen parallele angle C

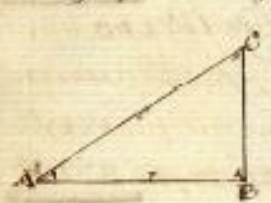
angle B	90 1/2
angle A	50 1/2 20 10
angle C Complement du moyen parallele	39 34 02

ana Logie pour trouue les deux majors hypotenus AC

Comme le sinus Complement du moyen parallele angle C 39 34 02 750 804
 est au deux mineurs cotez AB 70 lieux 20 10 ~ 1298567
 ainsi le entier sinus angle B 90 1/2 1000000
 est au deux majors hypotenus AC 141 lieux 5/10 ~ 315065
 qui vaille pour la difference en Longt 7 1/2 1/2 ~

Exemple 2nd

on demande Combien 40 1/2 1/2 minutes vaille de deux majors & de degrez
 de Longt par la moyenne parallele de 51 1/2 20 minute ~



pour trouue le Complement du moyen parallele angle C

angle B	90 1/2
angle A	51 1/2 20 10
angle C Complement	38 34 02

ana Logie pour trouue les deux majors hypotenus AC

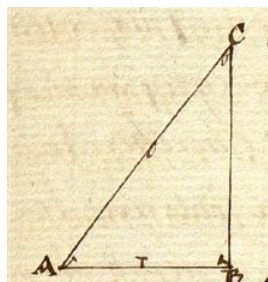
Comme le sinus Complement du moyen parallele angle C 38 34 02 750 804
 est au deux mineurs cotez AB 40 1/2 1/2 ~ 1266745
 ainsi le entier sinus angle B 90 1/2 1000000
 est au deux majors hypotenus AC 47 lieux 4/10 ~ 267571

~ Reponse ~

Les 40 lieux 30 1/2 minutes vaille 47 lieux 4/10 ~ qui
 donne 7 1/2 1/2 minute pour la difference en Longitude ~

Exemple 1^{er}

On demande combien valent en longitude 90 lieues 20m mineures²⁰ en lieues majeures²¹ et de degré de longitude par la moyenne parallèle de 50°20m. Pour trouver le complément du moyen parallèle angle C.



angle B
angle A

90°

50°20m

angle C, complément du moyen parallèle :

39°40m

Analogie pour trouver les lieues majeures hypoténuse AC.

Comme le sinus complément du moyen parallèle angle C 39°40m

est aux lieues mineures côté AB 90 lieues 20m²²

ainsi l'entier sinus B 90°

est aux lieues majeures hypoténuse AC 141 lieues 5/10eme

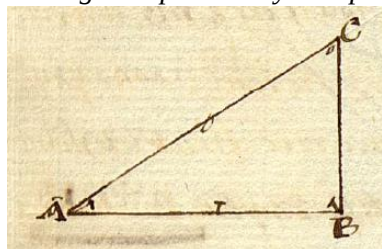
qui vaut pour la différence en longitude 7°4m²⁴.

980 504

1 295 569

1 000 0001 315 065²³**Exemple 2^{eme}**

On demande combien 40 lieues 1/2 mineures valent de lieues majeures et de degrés de longitude par la moyenne parallèle de 31°20 minutes.



Pour trouver le complément du moyen parallèle angle C.

angle B

angle A

angle C, complément du moyen parallèle :

Analogie pour trouver les lieues majeures hypoténuse AC.

Comme le sinus complément du moyen parallèle d'angle C 58°40'

est aux lieues mineures côté AB 40 £ 5/10eme

ainsi l'entier sinus B 90°

est aux lieues majeures hypoténuse AC 47 lieues 4/10eme

qui vaut pour la différence en longitude 2°22m²⁵.

993 154

1 260 745

1 000 0001 267 591

²⁰ Lieues sexagésimales soit $90 + \frac{20}{60}$. La recherche dans la table s'est faite à partir de 90,3 (en décimal).

Correction de ma part, pour correspondre aux valeurs utilisées dans l'exemple.

²¹ Sur le dessin et tous ceux qui suivent dans la manuscrit, les valeurs connues sont indiquées à l'aide d'une petite pointe et les valeurs inconnues à l'aide d'un ovale. Tout est basé sur la résolution du triangle rectangle par application de la loi des sinus.

²² La recherche est faite à partir du décimal 90,3, approximation de 90

²³ Le premier chiffre est manquant... mais dans la caractéristique, seul le chiffre 3 est important, ce qui montre que le résultat sera un nombre à 3 chiffres. On raisonne donc juste sur la mantisse 15065 pour faire une interpolation linéaire, ce qui nous donnera les chiffres significatifs du résultat. Remarquons que c'est la démarche qu'on mettait en œuvre avec une règle à calcul où seuls les chiffres significatifs étaient importants.

²⁴ Si l'on suit la démarche de Legrip, il convertit le résultat en minute sachant qu'une lieue vaut 3 minutes. On obtient donc $3 \times 141,5 = 424,5$ minutes qui donnent donc 7°4,5'.

²⁵ Même méthode que précédemment pour le calcul rapide du degré de longitude, c'est-à-dire $3 \times 47,4 = 142,2$ soit 2°22'.

Troisième Proposition

Reduction des Degres de Longt. Vers les lieux Minors par une droite

Pratique

Il faut premièrement Réduire des Degres de Longt. en lieux majors en lui faisant valoir un Degre 20 lieux majors et 3 mils de Degres multiplié qui sera le second terme de l'analogie dont il faut Chercher le Logarithme aux table des nombres. Ce qui doit être ajouté avec le troisième terme de quel étant Cherché en la table des nombres logarithme donnera le nombre des lieux minors.

Exemple 3^e

On demande Combien 37454 mils de Longt. Réduits en lieux majors valent de lieux minors par la moyenne parallèle de 52° 56' minute.



Analogie pour trouver les lieux minors Coter BC

Comme l'autre Sinus angle B 909	100000
Est au lieux majors hypoténuse AC 758 lieux	889761
ainsi le Sinus Complément du moyen parallèle angle C 529560	<u>989732</u>
Est au lieux minors Coter BC 538 lieux	<u>827167</u>

Première Proposition de la Navigation par les Sinus Logarithmes

Si l'on veut le chemin étant donné avec la latitude et le point par lequel latitude et Longt. ont été arrivés.

Pratique

Il faut observer pour cela que la boussole ou Compas marin est divisé en 32 arcs de vents dont les quatre principaux sont le nord et le sud est et le ouest, qui se complètent en angle droit et comprennent la quatrième partie de l'arc dans chaque quart de cercle sont compris sept arcs.

Troisième proposition

Réduction des degrés de longitude en lieues mineures par une latitude ou une moyenne parallèle proposée. **Pratique**

Il faut premièrement réduire les degrés de longitude en lieues majeures en faisant valoir un degré 20 lieues majeures et 3 minutes de degré une lieue qui sera le second terme de l'analogie dont il faut chercher le logarithme aux tables des nombres. Ce qui doit être ajouté avec le troisième terme, lequel étant cherché en la table des nombres logarithmes donnera le nombre de lieues mineures.

Exemple 1^{er}

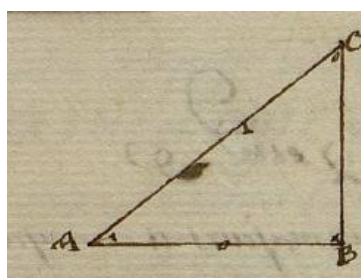
On demande combien 37°54m de longitude réduit en lieues majeures valent de lieues mineures par la moyenne parallèle de 37°54 minutes.

Différence en longitude

37°54m

20

réduite en lieues majeures vaut



Pour trouver le complément du moyen parallèle angle C.

angle B

angle A

angle C complément

Analogie pour trouver les lieues mineures côté BC.

Comme l'entier sinus angle B 90°

est aux lieues majeures hypoténuse AC 758 lieues

ainsi le sinus complément du moyen parallèle angle C 52°6m

est aux lieues mineures côté BC²⁸ 598 lieues

1 000 000

1 287 967²⁷

989 712

1 277 679²⁹

Première proposition de la Navigation par le sinus logarithme

L'aire de vent et le chemin étant donnés avec la latitude et la longitude partie trouvez par quelle latitude et longitude, on est arrivé³⁰.

Pratique

Il faut observer pour cela que la boussole ou compas marin est divisé en 32 aires de vent dont les quatre principaux sont le Nord et le Sud, l'Est et l'Ouest, qui se comptent en angles droits et comprennent 4 quarts de cercle. Dans chaque quart de cercle sont compris sept aires

²⁶ Le détail n'est pas donné mais il est probable que Legrip procède de façon inverse de ce qu'il faisait précédemment : d'abord convertir les 37°54m en minutes, ce qui donne $37 \times 60 + 54 = 2274$ puis diviser par 3 pour avoir le nombre de lieues, ici 758.

²⁷ Le calcul est fait sans la caractéristique qui aurait dû être 12. Au demeurant, elle est indispensable pour obtenir le résultat du calcul.

²⁸ Erreur : c'est le côté AB.

²⁹ La caractéristique est rajoutée après le calcul : d'habitude, Legrip travaille avec une caractéristique de 13 pour les nombres à 3 chiffres. De toute façon, seule la mantisse est importante car on connaît l'ordre de grandeur du résultat. Travaillant avec une table restreinte, Legrip a probablement utilisé une interpolation linéaire entre 59 et 60.

³⁰ C'est probablement une des techniques les plus fréquemment mises en œuvre par un pilote.

295

de vent qu'on appelle Sexodromie et sont distances Les un des autres de 45°
 Ce qui se pratique pour les air de vent d'un quart de cercle. Ce pratique
 auspy pour tous les autres 3 quart de cercle. selon la même valeur de leur
 angle qui leur sont oppose. Leur valeur de leur angle. Commence au nord
 qui est 0 de 45° et continue vers l'est, ou vers le couch, et augmente
 jusqu'à 90°. De même cet angle. Commence au sud 0 de 45° et
 devient plus grand. Lors qu'il approche vers l'est ou vers le couch, et augmente
 jusqu'à 90° mais pour n'avoir point de différence. ala valeur de cet angle
 se mettra y cy un table par la quel on trouvera la valeur des angle
 en air de vent ayant posse la valeur de leur angle en degrés et un
 d'aut leur dernière colonne des air de vent vira vie au grande colonne
 afin que ceux qui n'ont pas la connoissance des angle des Plumb de
 vent n'aient qu'à Sexaminer ~ ~ ~

analogie Pour trouver les lieux de différence en latitude
 Comme l'entier sinus est au nombre logarithmique du chemin ainsi le
 sinus complément de leur de vent est au nombre logarithmique de lieux
 de différence en latitude ~ ~ ~

analogie Pour trouver les lieux mineurs
 Comme l'entier sinus est au chemin ainsi le sinus valeur de leur de
 vent est au lieux mineurs qu'il faut réduire en lieux majeurs par la
 moyenne parallèle dont voici l'analogie ~ ~ ~

analogie Pour réduire les lieux mineurs en lieux majeurs
 Comme le sinus complément de la moyenne parallèle est aux
 lieux mineurs ainsi l'entier sinus est au lieux majeurs les quel
 lieux majeurs faut réduire en degrés pour la différence en longitude

de vent qu'on appelle loxodromie et sont distants les uns des autres de $11^{\circ}15m$.
 Ce qui se pratique pour les aires de vents d'un quart de cercle se pratique aussi pour tous les autres 3 quarts de cercle selon la même valeur de leurs angles qui leur sont opposés. L'ouverture de leur angle commence au Nord qui est zéro de degré et continue vers l'Est ou vers l'Ouest et augmente jusqu'à 90° mais pour n'avoir point de différence à la valeur de cet angle. Je mettrai ici une table³¹ par laquelle on trouvera la valeur des angles en aire de vent ayant posé la valeur de leurs angles en degrés et minutes dans leur dernière colonne, les aires de vent vis-à-vis en grande colonne afin que ceux qui n'ont pas la connaissance des angles de rumbs de vent n'aient qu'à examiner.

Analogie³² pour trouver les lieues de différence en latitude

Comme l'entier sinus est au nombre logarithme du chemin ainsi le sinus complément de l'aire de vent est au logarithme des lieues de différence en latitude.

Analogie pour trouver les lieues mineures

Comme l'entier sinus est au chemin ainsi le sinus valeur de l'aire de vent est aux lieues mineures qu'il faut réduire en lieues majeures par le moyen parallèle dont voici l'analogie.

Analogie pour réduire les lieues mineures en lieues majeures

Comme le sinus du complément du moyen parallèle est aux lieues mineures ainsi l'entier sinus est aux lieues majeures lesquelles lieues majeures faut réduire en degrés pour la différence en longitude.

³¹ Table qui ne figure pas dans le manuscrit. Voir annexe 3.

³² Toutes les analogies sont basées sur la résolution des deux triangles rectangles suivants : à gauche un triangle de navigation pour récupérer, à partir du chemin, les lieues majeures en latitude et les lieues mineures en longitude ; à droite un triangle de réduction pour réduire les lieues mineures en longitude en lieues majeures. Les triangles sont juxtaposés car les lieues mineures interviennent dans l'un et l'autre.



Les analogies énoncées par Legrip sont basées sur la loi des sinus appliquée à chacun de ces triangles rectangles.

Exemple 2^e

On suppose partir de 489 30^e de latitude Nord et de 109 de long^g occidentale ont a singlé au 11/11 18 lieux. L'on demande la différence tout en latitude quand long^g et par quel latitude et long^g en est arrivé.



ana Logie pour trouver les lieux de diff^e en latitude cotez AB.

Comme le tiers sinus angle B 70 ^e 4	1000000
Et au chemin hypoténus AC 18 lieux	212609
ainsy le sinus complément de latitude angle C 56 ^e 45 ^e	791788
Et au lieux de différence en latitude cotez AB 18 lieux 10 ^e me	<u>1207894</u>
Latitude party nord 489 30 ^e sinus complément de 489 30 ^e	782180
Diff ^e en latitude nord 60 5 37 ^e sinus complément de 49 5 22 ^e	783572
Latitude arrivée nord <u>494 07^e</u>	<u>1207894</u>
meille qui compose le complément du moyen parallèle 494 11 ^e	<u>783572</u>
et la moyenne parallèle B de	489 49 ^e

ana Logie pour trouver les lieux mineurs cotez BC.

Comme le tiers sinus angle B 70 ^e 4	1000000
Et au chemin hypoténus AC 18 lieux	212609
ainsy le sinus valeur de latitude angle A 53 ^e 45 ^e	774474
Et au lieux mineurs cotez BC 8 lieux 4/10 ^e me	<u>1172093</u>

ana Logie pour trouver les lieux majeurs hypoténus CD.

Comme le sinus complément du moyen parallèle angle D 49 11 ^e	783572
Et au lieux mineurs cotez BC 8 lieux 4/10 ^e me	1172093
ainsy le tiers sinus angle B 70 ^e 4	1000000
Et au lieux majeurs hypoténus CD 18 lieux 8/10 ^e me	<u>210684</u>

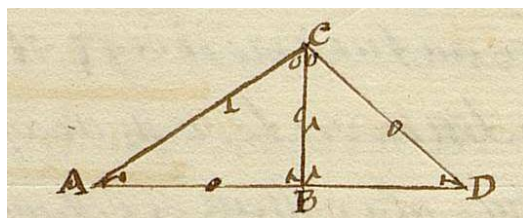
Long^g party occidentale 109

Reposée

Diff^e en long^g orientale 60 5 38^e La différence en latitude est de 60 5 37^e de long^g arrivé occidentale 114 22^e 5/10^e me et son en arrive par 49 5 22^e de latitude nord et par les 114 22^e de long^g occidentale aux meridiens de paris.

Exemple 1^{er}

L'on suppose partir de $48^{\circ}30m$ de latitude Nord et de 12° de longitude occidentale, on a singlé au NE1/4N 15 lieues. L'on demande la différence tant en latitude qu'en longitude et par quelle latitude et longitude on est arrivé³³.



Analogies pour trouver les lieues de différence en latitude côté AB

Comme l'entier sinus angle B 90°

est au chemin hypoténuse AC 15 lieues

ainsi le sinus complément de l'aire de vent angle C $56^{\circ}15m$

est aux lieues de différence en latitude côté AB 12 lieues 5/10eme

$$\begin{array}{r} 1\ 000\ 000 \\ 1\ 217\ 609^{34} \\ \hline 991\ 985 \\ \hline 1\ 209\ 594 \end{array}$$

Latitude partie Nord $48^{\circ}30m$ sinus complément de $48^{\circ}30m$

Différence en latitude Nord $00^{\circ}37m$ sinus complément de $49^{\circ}7m$

Latitude arrivée Nord $49^{\circ}7m$ somme des deux compléments

Moitié qui donne pour le complément du moyen parallèle $41^{\circ}11m$

et la moyenne parallèle Est de

$48^{\circ}49m$.

$$\begin{array}{r} 982\ 126 \\ \hline 981\ 592 \\ \hline 1\ 963\ 718 \\ \hline 981\ 859 \end{array}$$

Analogies pour trouver les lieues mineures côté BC

Comme l'entier sinus angle B 90°

est au chemin hypoténuse AC 15 lieues

ainsi le sinus valeur de l'aire de vent A $33^{\circ}45m$

est aux lieues mineures côté BC 8 lieues 4/10eme

$$\begin{array}{r} 1\ 000\ 000 \\ 1\ 217\ 609 \\ \hline 974\ 474 \\ \hline 1\ 192\ 083 \end{array}$$

Analogies pour trouver les lieues majeures hypoténuse CD

Comme le sinus complément du moyen parallèle angle D $41^{\circ}11m$

est aux lieues mineures côté BC 8 lieues 4/10eme

ainsi l'entier sinus angle B 90°

est aux lieues majeures hypoténuse CD 12 lieues 8/10eme

$$\begin{array}{r} 981\ 854^{35} \\ 1\ 192\ 408^{36} \\ \hline 1\ 000\ 000 \\ \hline 1\ 210\ 554 \end{array}$$

Longitude partie occidentale 12° Réponse

Différence en longitude orientale $0^{\circ}38m$ La différence en latitude est de 12 lieues

Longitude arrivée occidentale $11^{\circ}22m$ 5/10eme et l'on est arrivé par 49°

7m de latitude Nord et par les $11^{\circ}22m$ de longitude occidentale au

méridien de Paris.

³³ Comme on l'a remarqué précédemment, les éléments connus des triangles sont codés par des petites pointes et les éléments inconnus par des petits ronds.

³⁴ Oubli du 1. Ou omission volontaire dans la mesure où l'on doit retirer 1 000 000 dans le calcul...

³⁵ Legrip n'a pas repris la valeur précédente...

³⁶ Idem...

Exemple 2^{me}

Long Supposé partir de 31° 10' de Lat^{de} Sud et de 28° 00' de Long^{de} orientale au 1^{er} angle au 2nd 5° 4' nord 85° 4' l'onde demande par quel Lat^{de} et Long^{de} en est arrivé



pour trouue le Complement de Lat^{de} de vent angle C
 angle B 70° 4'
 angle A 62° 4' 30"
 angle C Complement de Lat^{de} de vent 67° 4' 30"

ana Logie pour trouue les lieux de diff en Lat^{de} Coter AB

Comme l'entier sinus angle B 70° 4' 1000000
 et au chemin hypotinus AC 85° 4' 292942
 ainsi le sinus Complement de Lat^{de} de vent angle C 27° 4' 30" 66441
 et au lieux de diff en Lat^{de} Coter AB 39° 4' 21" 000000 2657383
 Lat^{de} party sud 31° 10' 00" sinus Complement de 31° 10' 00" 795390
 Diff en Lat^{de} Nord 0° 14' 55" sinus Complement de 27° 4' 30" 794098
 Lat^{de} arrivé sud 29° 4' 12" Somme des deux Complement 1287928
 moitié qui donne pour le Complement du moyen parallèle 64° 39' 44" 773664
 et le moyen parallèle est de 20° 4' 12"

ana Logie pour trouue les lieux mineurs Coter BC

Comme l'entier sinus angle B 70° 4' 1000000
 et au chemin hypotinus AC 85° 4' 292942
 ainsi le sinus valeur de Lat^{de} de vent angle C 62° 4' 30" 294793
 et au lieux mineurs Coter BC 78° 4' 41" 000000 6257795

ana Logie pour trouue les lieux majeurs hypotinus CD

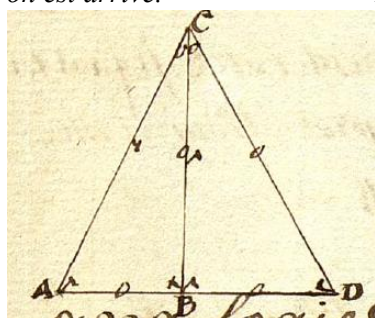
Comme le sinus Complement du moyen parallèle angle B 64° 39' 44" 793663
 et au lieux mineurs Coter BC 78° 4' 41" 000000 1287797
 ainsi l'entier sinus angle B 70° 4' 1000000
 et au lieux majeurs hypotinus CD 81° 4' 21" 000000 294072

Long^{de} party orientale 28° 00' 00" **Reponne**
 Diff en Long^{de} ouest 49° 20' La difference en Lat^{de} est de 37 lieux
 Long^{de} arrivé orientale 23° 58' 40" 2110000 et Lat^{de} est arrivé par 27° 4'
 12 de Lat^{de} sud et par 23° 58' 40" de Long^{de} orientale au meridien
 de paris

Exemple 2^{ème}

L'on suppose partir de 31°10m de latitude Sud et de 28°20m de longitude orientale, on a singlé au ONO 5° Nord³⁷ 85 lieues. On demande par quelle latitude et longitude on est arrivé.

Pour trouve le complément de l'aire de vent angle C



angle B

angle A

angle C complément de l'aire de vent

Analogies pour trouver les lieues de différence en latitude côté AB

Comme l'entier sinus angle B 90°

1 000 000

est au chemin hypoténuse AC 85 lieues

1 292 942

ainsi le sinus complément de l'aire de vent angle C 27°30m

966 441

est aux lieues de différence en latitude côté AB 39 lieues 2/10eme

1 259 383

Latitude partie Sud

31°10m

sinus complément de 31°10m

993 230

Différence en latitude Nord 1°58m³⁸

sinus complément de 29°12m

994 098

Latitude arrivée Nord 29°12m³⁹

somme des deux compléments

1 987 928⁴⁰

Moitié qui donne pour le complément du moyen parallèle 59°48m

993 664⁴¹

et la moyenne parallèle est de

30°12m.

Analogies pour trouver les lieues mineures côté BC

Comme l'entier sinus angle B 90°

1 000 000

est au chemin hypoténuse AC 85 lieues

1 292 942⁴²

ainsi le sinus valeur de l'aire de vent A 62°30m

994 793

est aux lieues mineures côté BC 75 lieues 4/10eme

1 287 735

Analogies pour trouver les lieues majeures hypoténuse CD

Comme le sinus complément du moyen parallèle angle D 59°48m

993 665

est aux lieues mineures côté BC 75 lieues 4/10eme

1 287 737

ainsi l'entier sinus angle B 90°

1 000 000

est aux lieues majeures hypoténuse CD 87 lieues 2/10eme

1 294 072

Longitude partie occidentale

28°20m

Réponse

Différence en longitude Ouest

4°22m

La différence en longitude est de 39 lieues

Longitude arrivée orientale

29°58m⁴³

2/10eme et l'on est arrivé par 29°

12m de latitude Sud et par les 29°58m de longitude orientale au méridien de Paris.

³⁷ ONO correspond à un cap de 67°30m, mesuré par rapport au Nord. Legrip annonce un écart de 5° vers le Nord de ce cap, soit 67°30m – 5° = 62°30m.

³⁸ Ce sont les 39,2 lieues qui ont été converties en degrés de latitude. $3 \times 39,2 = 117,6 \approx 1^\circ 58$.

³⁹ Le navire voguant depuis l'hémisphère Sud à peu de choses près vers le ONO, il se rapproche de l'équateur : sa latitude a donc diminué.

⁴⁰ Erreur sur le total... sans doute due aux nombreuses ratures que ce calcul a générées. Le résultat devrait être 1 987 328. Erreur de recopie probablement.

⁴¹ Le résultat est correct, à partir de la valeur exacte précédente 1 987 328 que Legrip a mal recopié.

⁴² Le 1 n'est pas mis car Legrip semble anticiper le fait de retirer 1 000 000.

⁴³ C'est en fait 32°42m. Erreur de recopie.

Seconde Proposition

La latitude partye et la latitude arivée et le chemin tant de nord que de sud de vent et la longitude arivée ~

Il faut premièrement soustraire les deux latitudes l'une de l'autre, si sont toutes deux du même costé mais, si l'une est de différent costé, il faut la ajouter ensemble pour avoir leur différence et après réduire cette différence en lieux pour trouver le vent, ~

ana logie pour trouver le vent, ~

Comme le chemin est au sinus sinus ainsi les lieux de différence en latitude est au sinus complément de l'air de vent, il vient d'ensuyvire et du complément de l'air de vent les quel sont chez de 90° restera les de 90° et du de la valeur de l'air de vent, ~

ana logie pour trouver les lieux mineurs, ~

Comme le sinus sinus est au chemin ainsi le sinus valeur de l'air de vent est au lieux mineurs les quel faut réduire en lieux mais par la moyenne parallèle, ~

ana logie pour réduire les lieux mineurs en lieux majeurs, ~
Comme le sinus complément du moyen parallèle est au lieux mineurs ainsi le sinus est au lieux majeurs qu'il faut réduire d'ensuyvire pour avoir la différence en longitude qu'il faudra ajouter avec la longitude partye, si la différence en longitude est du même costé que la longitude partye mais, si elle est de différent costé, il faudra la soustraire de la longitude partye le résultat sera la longitude arivée, ~

Exemple de la 2^e Proposition

On suppose partir de 45° de latitude nord et de 10° de longitude occidentale on a singlé entre le nord et l'est, 25 lieux et par la hauteur on est arrivée par les 46° 3' de latitude nord on demande l'air de vent qui valla la route et par quel longitude on est arrivée, ~

Latitude partye nord 45° 4' sinus complément de latitude partye 45° 4' 934947

Latitude arivée nord 46° 3' sinus complément de la latitude arivée 46° 3' 934135

Diff en latitude nord 0 1' 0" somme des deux complément 1767082

maître pour le complément du moyen parallèle 44° 22' 50" 984860

et la moyenne parallèle est de 45° 4' 00" ~

Seconde proposition

La latitude partie et la latitude arrivée et le chemin étant donnés, trouver l'aire de vent et la longitude arrivée.

Il faut premièrement soustraire les deux latitudes l'une de l'autre si elles sont toutes deux du même côté mais si elles sont de différents côtés, il faut les ajouter ensemble pour avoir leur différence et après réduire cette différence en lieues pour trouver l'aire de vent.

Analogie pour trouver l'aire de vent

Comme le chemin est à l'entier sinus ainsi les lieues de différences en latitude est au sinus complément de l'aire de vent. Il viendra les degrés et minutes du complément de l'aire de vent lesquels étant ôtés de 90° restera les degrés et minutes de la valeur de l'aire de vent.

Analogie pour trouver les lieues mineures

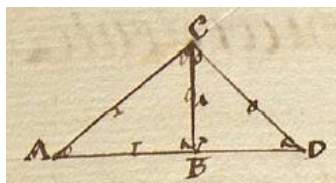
Comme l'entier sinus est au chemin ainsi le sinus valeur de l'aire de vent est aux lieues mineures lesquelles faut réduire en lieues majeures par la moyenne parallèle.

Analogie pour réduire les lieues mineures en lieues majeures

Comme le sinus complément du moyen parallèle est aux lieues mineures ainsi l'entier sinus est aux lieues majeures qu'il faut réduire en degré pour avoir la différence en longitude qu'il faudra ajouter avec la longitude partie si la différence en longitude est du même côté que la longitude partie mais si elle est de différents côtés il faudra la soustraire de la longitude partie. Le restant sera la longitude arrivée. **Exemple 1^{er}**

L'on suppose partir de 45° de latitude Nord et de 12° de longitude occidentale
On a singlé entre le Nord et l'Est 25 lieues et par la hauteur, on est arrivé par les $46^\circ 3m$ de latitude aussi Nord. On demande l'aire de vent qu'a valu la route et par quelle longitude on est arrivé.

Latitude partie Nord	45°	sinus complément de la latitude partie	984 949
Latitude observée Nord	<u>$46^\circ 3m$</u>	sinus complément de la latitude arrivée	<u>984 138</u>
Différence en latitude Nord	$1^\circ 3m$	somme des deux compléments	<u>1 969 087</u>
Moitié pour le complément du moyen parallèle	$44^\circ 28m$		<u>984 543</u>
et la moyenne parallèle est de	$45^\circ 32m$.		



Pour C trouver le complément de l'aire de vent angle

Si l'hypoténuse	est au rayon	ainsi le côté	est au sinus
AC 25	B 90°	AB 21 lieues ⁴⁴	C 57°8m
1 239 794 ⁴⁵	1 000 000	1 232 222	

239 794	
<u>992 428</u>	angle C 57°8m
	<u>B 90°00m</u>
	<u>A 32°52m</u>

Vient le sinus complémentaire de l'aire de vent

Otez de l'angle

Valeur de l'aire de vent, angle

Pour BC trouver les lieues mineures côté

Si le rayon	est à l'hypoténuse	ainsi le sinus	est au côté
B 90°	AC 25 lieues	32°52m	BC 13 lieues 6/10eme
1 000 000	1 239 794	973 455	
	<u>973 455</u>		
	1 213 249		

Pour CD trouver les lieues majeures hypoténuse

Si le sinus	est au côté	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
D 44°28m	BC 13 lieues 6/10eme	B 90°	CD 19 lieues 4/10eme
984 540 ⁴⁶	1 213 354 ⁴⁷	1 000 000	
	<u>984 540</u>		
	1 228 814	Longitude partie occidentale	12°00m
Différence en longitude orientale			<u>0°58m</u>
Longitude d'arrivée occidentale méridien de Paris			11°02m

Réponse

L'aire de vent se trouve le NE1/4N 38 minutes plus Nord⁴⁸ et l'on est arrivé
Par les 11°2m de longitude occidentale au méridien de Paris.

Exemple 2^{eme}

L'on suppose partir de 3°50m de latitude Nord et de 3° de longitude occidentale,
on a singlé entre le Sud et l'Ouest 558 lieues et par la hauteur, on est arrivé
par les 5°30m de latitude Sud. On demande l'aire de vent et la longitude arrivée.

Latitude partie Nord	3°50m	Sinus complément de la latitude partie	86°10m	999 903
Latitude observée Sud	5°30m	Ajoute l'entier sinus		<u>1 000 000</u>
Différence en latitude Sud	9°20m	Somme		<u>1 999 903</u>
Complément du moyen parallèle du côté du Nord	87°17m			<u>999 951</u>
Complément de la latitude arrivée ajouté à l'entier sinus				<u>1 999 800</u>
Complément du moyen parallèle du côté du Sud	86°7m			999 900
Complément du moyen parallèle du côté du Nord				<u>999 951</u>
Somme des deux compléments				<u>1 999 851</u>
Complément du moyen parallèle	86°38m			<u>999 925</u>

et la moyenne parallèle est de 3°22m [du côté Sud].

⁴⁴ Provient de la variation de latitude, qui est connue et vaut 1°3m.

⁴⁵ Comme on va retirer 1 000 000, le 1 de la caractéristique est omis...

⁴⁶ Legrip ne reprend pas la valeur mise en évidence plus haut.

⁴⁷ Là non plus !

⁴⁸ Erreur : 33°45m diminué de 53m pour arriver à 32°52m.

Suite de l'exemple précédente



Pour trouver la longueur du côté AC
 Si l'angle A est 33° 45' et l'angle B est 55° 45' et le côté AB est 100000
 alors le sinus complément de l'angle de vent est 56° 15' et l'angle C est 70° 45'

à côté de l'angle A est 704
 valeur de l'angle de vent angle C est 70° 45'

Pour trouver le côté BC

Si l'angle A est 33° 45' et l'angle B est 55° 45' et le côté AB est 100000
 alors le sinus complément de l'angle de vent est 56° 15' et l'angle C est 70° 45'

Pour trouver le côté CD

Si l'angle A est 33° 45' et l'angle B est 55° 45' et le côté AB est 100000
 alors le sinus complément de l'angle de vent est 56° 15' et l'angle C est 70° 45'

Longitude partie occidentale est 39
 différence en longitude occidentale est 26924
 Longitude arrivée occidentale de 27424

Réponse

L'air de vent se trouve de 33° 45' plus ouest et son est arrivée par 27424 de longitude occidentale au méridien de Paris.

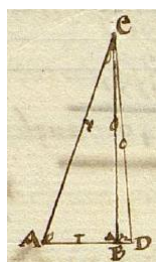
Troisième proposition

l'air de vent et la différence en latitude étant donné trouver le chemin et la longitude arrivée. Il faut premièrement, soustraire la valeur de l'air de vent de 90° pour avoir son complément, puis soustraire les deux latitudes l'une de l'autre. Si les deux sont toutes deux du même côté mais si l'un de différent côté il faut les ajouter ensemble pour avoir la différence et réduire cette différence en lieu pour trouver le chemin.

Analogie pour trouver le chemin

Comme le sinus complément de l'air de vent est au lieu de différence en latitude ainsi le sinus est au chemin demandé.

Suite de l'exemple précédent



Pour C trouver le complément de l'aire de vent angle

<u>C</u>				
Si l'hypoténuse	est au rayon	ainsi le côté	est au sinus	
AC 558	B 90°	AB 186 lieues $2/3^{49}$	C 19°35m	
1 274 663 ⁵⁰	1 000 000	1 227 184 ⁵¹		
		274 663 ⁵²		
Vient le sinus complémentaire de l'aire de vent		952 521	angle C 19°35m	
Otez de l'angle			B 90°00m	
Valeur de l'aire de vent, angle			C ⁵³ 70°25m	

Pour trouver les lieues mineures côté

<u>BC</u>				
Si l'entier sinus	est à l'hypoténuse	ainsi le sinus	est au côté	
B 90°	AC 558 lieues	A 70°25m	BC	
1 000 000	1 274 663	997 472 ⁵⁴	527 lieues	
	997 472			
	1 272 135			

Pour trouver les lieues majeures

<u>CD</u>				
Si le sinus complémentaire	est au côté	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse	
D 86°38m	BC 527 lieues	B 90°	CD 528 lieues	
999 925	1 272 181 ⁵⁵	1 000 000		
	999 925			
	1 272 256 ⁵⁶			

Longitude partie occidentale	3°00m
Différence en longitude occidentale	26°24m
Longitude d'arrivée occidentale méridien de Paris	29°24m

Réponse

L'aire de vent se trouve le OSO 2°55m minutes plus Ouest et l'on est arrivé par 29°24m de longitude occidentale au méridien de Paris.

Troisième proposition

L'aire de vent et la différence en latitude étant données, trouver le chemin et la longitude arrivée. Il faut premièrement soustraire la valeur de l'aire de vent de 90° pour avoir son complément, puis soustraire les deux latitudes l'une de l'autre si elles sont toutes deux du même côté mais si elles sont de différents côtés, il faut les ajouter ensemble pour avoir leur différence et réduire cette différence en lieues pour trouver le chemin.

Analogie pour trouver le chemin

Comme le sinus complément de l'aire de vent est aux lieues de différence en latitude ainsi l'entier sinus est au chemin demandé

⁴⁹ Correspondant aux 9°20m de différence en latitude, à raison de 20 lieues par degré.

⁵⁰ Legrip utilise dans ce cas une caractéristique différente pour les logarithmes des lieues. Le logarithme de a est cette fois égal à l'arrondi à l'entier le plus proche de $10^5(10 + \log a)$ au lieu de $10^5(11 + \log a)$ jusqu'à présent. Et il omet comme d'habitude le 1 initial qui va disparaître dans les calculs.

⁵¹ Il a utilisé 187 en lieu et place de 186 $2/3$.

⁵² En réalité, $1\,272\,181 + 1\,000\,000 - 999\,925$. On retrouve cette propension quasi-systématique à supprimer les 1 par anticipation quand on sait qu'ils vont disparaître dans les calculs.

⁵³ C'est l'angle A, pas l'angle C.

⁵⁴ C'est 997 412 et non 997 472.

⁵⁵ Il aurait pu reprendre la valeur précédente...

⁵⁶ En réalité, $1\,213\,354 + 1\,000\,000 - 984\,540$.

Analogie pour trouver le lieu minceur

Comme l'entree du vent est au chemin ainsi le lieu vulteur de l'air de vent
est au lieu minceur qu'il faut Reduire en lieu majeur pour avoir la
Difference et Longitude

Analogie pour Reduire le lieu minceur en lieu majeur

Comme le lieu Complement du moyen parallele est au lieu minceur
ainsy l'entree du vent est au lieu majeur qu'il faut Reduire en degres
pour avoir la difference et Longitude

Exemple de l'usage

Je suppose partir de 48 degres de latitude nord et de 10 degres de longitude occidentale
en un singlé au son nombre de lieux et par la hauteur est en arrive par
47 degres de latitude aussy nord on demande le chemin et la longitude arrivee
Latitude d'entre nord 48 degres 00' sinus complement de latitude polye 41 degres 52' 16"
Latitude d'entre nord 47 degres 00' sinus complement de latitude polye 42 degres 00' 00"
Difference latitude sud 00 degres 58' somme des deux complement . . . 1765123
Complement du moyen parallele . . . 42 degres 01' . . . 942561
et la moyenne parallele est de . . . 47 degres 53'



Pour trouver l'hyponotenuse

Hyponotenuse	Hauteur	sinus de l'angle	Le resultat
243749	AB 1949	B 909	AC 274310
100000	1228556	100000	
	243749		
	243607		

Pour trouver le lieu minceur

Hyponotenuse	Hauteur	sinus de l'angle	Le resultat
B 909	AC 274310	A 454	BC 1949
100000	243616	100000	
	243749		
	243607		

Pour trouver le lieu majeur

Hyponotenuse	Hauteur	sinus de l'angle	Le resultat
D 42700	BC 1949	B 909	CD 243616
100000	1228556	100000	
	243749		
	243607		

Analogie pour trouver les lieues mineures

Comme l'entier sinus est au chemin, ainsi le sinus valeur de l'aire de vent est aux lieues mineures qu'il faut réduire en lieues majeures pour avoir la différence en longitude.

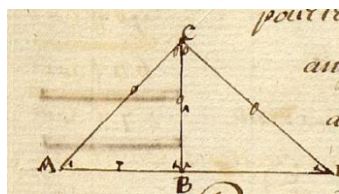
Analogie pour réduire les lieues mineures en lieues majeures

Comme le sinus complément du moyen parallèle est aux lieues mineures ainsi l'entier sinus est aux lieues majeures qu'il faut réduire en degré pour avoir la différence en longitude.

Exemple 1^{er}

L'on suppose partir de 48°28m de latitude Nord et de 15°12m de longitude occidentale, on a singlé au SO un nombre de lieues et par la hauteur, on est arrivé par 47°30m de latitude aussi Nord. On demande le chemin et la longitude arrivée.

Latitude partie Nord	48°28m	sinus complément de la latitude partie	982 155
Latitude observée Nord	47°30m	sinus complément de la latitude arrivée	982 968
Différence Latitude Sud	0°58m	somme des deux compléments	1 965 123
Complément du moyen parallèle	42°01m		982 561
et la moyenne parallèle est de	47°59m		



Pour trouver le complément de l'aire de vent, angle C.

Angle B

Angle A, valeur de l'aire de vent

Angle complément de l'aire de vent

90°

45°⁵⁷

45°

Pour trouver le chemin hypoténuse

AC

Si le sinus complément	est au côté	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
C 45°	AB 19 lieues 1/3	B 90°	AC 27 lieues 3/10eme
984 949	1 228 556 ⁵⁸	1 000 000	
	984 949		

Vient le nombre 243 607⁵⁹ de 27 lieues 3/10eme

Pour trouver les lieues mineures côté

BC

Si l'entier sinus	est à l'hypoténuse	ainsi le sinus	est au côté
B 90°	AC 27 lieues 3/10eme	A 45°	BC 27 lieues 3/10eme
1 000 000	1 243 616	984 949	
	984 949		

Vient le nombre 1 228 565 de 19 lieues 3/10eme

Pour trouver les lieues majeures hypoténuse

CD

Si le sinus complément	est aux lieues mineures	ainsi le rayon	est au côté
D 42°1m	BC 19 lieues 3/10eme	B 90°	CD 27 lieues 3/10eme
982 551 ⁶⁰	1 228 556	1 000 000	
	982 565 ⁶¹		

Finalement vient le nombre 1 245 991⁶² de 28 lieues 8/10eme.

⁵⁷ Car on navigue au Sud-Ouest.

⁵⁸ Calculé avec 19,3.

⁵⁹ Penser à ajouter 1 000 000, pas encore pris en compte.

⁶⁰ 982 561 un peu plus haut... une erreur probablement de recopie... 982 565 avec ma calculatrice.

⁶¹ Finalement, Legrip reprend la valeur correcte du log sinus... mais pas celle qu'il a obtenue au point précédent.

⁶² Penser à ajouter 1 000 000, pas encore pris en compte.

Suite de l'exemple précédent

Longitude partie occidentale . . . 13° 41' 12" m
 Différence en longitude occidentale . . . 1° 48' 6" m
 Longitude arivée occidentale de Paris . . . 16° 45' 18" m

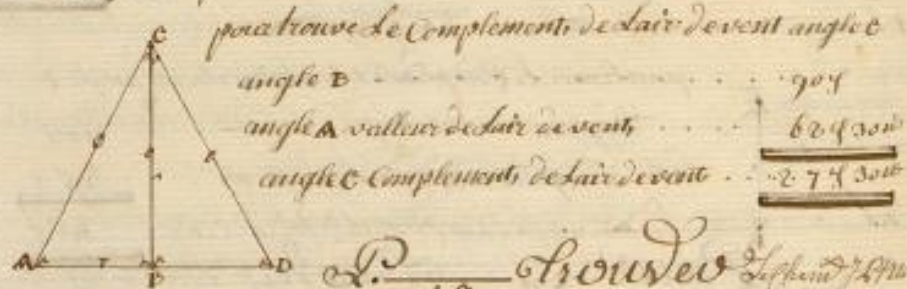
Reponse

Le Chemin s'étend de 216° 45' 18" m et son est arivé par 16° 45' 18" m de longitude occidentale au méridien de Paris

Exemple 2

on suppose partir de 30° 45' 00" de latitude sud et du premier méridien par où on a singlé à 112° 54' 00" et par la hauteur on est arivé par 2° 45' 00" de latitude aussi sud on demande le Chemin et la longitude arivée

Latitude partie sud 30° 45' 00" Sinus Complément de latitude 59° 15' 00" 77360
 Latitude oblique sud 2° 45' 00" Sinus Complément de latitude 87° 15' 00" 778116
 Différence latitude nord 34° 30' 00" Somme des deux compléments . . . 175176
 Complément du moyen parallèle . . 61° 45' 00" . . . 774561
 Et la moyenne parallèle est de . . 28° 45' 00" . . .



Le chemin . . . 121° 45' 10" . . .
 Hauteur . . . 77360 . . .
 Le nombre . . . 778116 . . .

Pour Trouver le chemin et la

Le chemin . . . 121° 45' 10" . . .
 Hauteur . . . 77360 . . .
 Le nombre . . . 778116 . . .

Pour Trouver la moyenne hypothénuse

Le chemin . . . 121° 45' 10" . . .
 Hauteur . . . 77360 . . .
 Le nombre . . . 778116 . . .

Suite de l'exemple précédent

Longitude partie occidentale	15°12m
Différence en longitude occidentale	<u>1°26m</u>
Longitude arrivée occidentale de Paris	16°38m

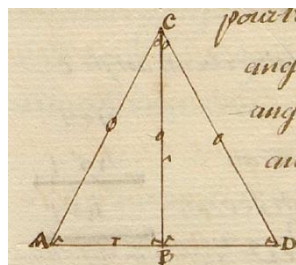
Réponse

Le chemin se trouve de 27 lieues 3/10eme et l'on est arrivé par les 16° 38m de longitude occidentale au méridien de Paris.

Exemple 2^{eme}

On suppose partir de 30°20m de latitude Sud et du premier méridien de Paris on a singlé à ENE 5° Nord et par la hauteur on est arrivé par 26°40m de latitude aussi Sud. On demande le chemin et la longitude arrivée.

Latitude partie Sud	30°20m	sinus complément de la latitude partie	59°40m	993 606
Latitude observée Sud	<u>26°40m</u>	sinus complément de la latitude arrivée	63°20m	<u>995 116</u>
Différence Latitude Sud	<u>3°40m</u>	somme des deux compléments		<u>1 988 722</u>
Complément du moyen parallèle	61°26m			<u>994 361</u>
et la moyenne parallèle est de	28°34m			



Pour trouver le complément de l'aire de vent, angle C.

Angle B

Angle A, valeur de l'aire de vent

Angle complément de l'aire de vent

90°

62°30m⁶

27°30m

Pour

trouver le chemin hypoténuse

Si le sinus complément	est au côté	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
C 27°30m	AB 73 lieues 1/3	B 90°	AC 158 lieues 7/10eme
966 440	1 286 510 ⁶⁴	1 000 000	
	<u>966 440</u>		

Vient le nombre 320 070 de 158 lieues 7/10eme

Pour

trouver les lieues mineures côté

BC			
Si l'entier sinus	est à l'hypoténuse	ainsi le sinus	est au côté
B 90°	AC 158 lieues 7/10eme	A 62°30m	BC 140 lieues 8/10eme
1 000 000	<u>1 320 057</u>	994 792	
	<u>994 792</u>		

Vient le nombre 1 314 849 de 140 lieues 8/10eme

Pour

trouver les lieues majeures hypoténuse

CD			
Si le sinus complément	est aux lieues côté	ainsi le rayon	est au côté
D 61°26m	BC 140 lieues 8/10eme	B 90°	CD 160 lieues 3/10eme
994 362	1 314 860	1 000 000	
	<u>994 362</u>		

Finalement vient le nombre 320 498⁶⁵ de 160 lieues 3/10eme.

⁶³ ENE correspond à 67°30m. Comme on navigue ENE 5° Nord, on obtient un rhumb de 67°30m – 5° = 62° 30m.

⁶⁴ Calculé avec 73,3.

⁶⁵ Penser à ajouter 1 000 000, pas encore pris en compte.

Longitude partye Du premier merdien 109 40 00
 Difference en longitude orientale 5 40 10
 Longitude orientale merdien de paris 103 99 10

~ Reponced ~

Le chemin se trouve de 168 h 7/10 milles et son est arrive par 11-
 8. 40. 10 de longitude orientale au merdien de paris ~

Quatriemes proposition ou Regle de Distance

C'est adire la latitude partye et la longitude partye et la latitude et longitude arrivee étant
 donnee trouve l'air de vent et le chemin en droite l'aitte il faut premie
 Rendre la latitude des deux l'aitte l'une de l'autre pour avoir leur diffi
 s'il sont toutes deux du même Cotez mais s'il sont de different Cotez
 C'est adire l'une nord et l'autre sud ou vice sud et l'autre nord il
 les faut adjointe ensemble pour avoir leur difference qu'il faut
 Reduire en lieues en donnant 60 h pour un degre et 312 pour un mile
 ensuite il faut ausy rendre la longitude l'une de l'autre pour
 avoir leur difference s'il sont toutes deux du même Cotez mais s'il sont
 de different Cotez C'est adire une orientale et l'autre occidentale
 ou vice occidentale et l'autre orientale il les faut adjointe ensemble
 pour avoir leur difference qui sera du même Cotez que la longitude arrivee
 mais sy cette difference passe 180 y et qu'on veut faire le plus
 court chemin il faut oter cette difference de 360 y et si il reste
 la difference au plus court chemin qui sera du même Cotez que
 la longitude partye puis il faut multiplier cette difference par 60
 valeurs d'un degre pour les Reduire en lieues majeurs qu'il faut
 Reduire en lieues mineurs par la moyenne parallele ~

analogie pour Reduire les deux majeurs en deux mineurs
 Comme l'entier sinus est au lieue majeure ainsi le sinus complement
 du moyen parallele est au lieue mineurs ~

analogie pour trouver la valeur de l'air de vent
 Comme les lieues de difference en latitude sont au lieue mineurs ainsi
 l'autre sinus est au tangente valeurs de l'air de vent ~

Longitude partie du premier méridien	00°00m
Différence en longitude orientale	<u>8°1m</u>
Longitude arrivée orientale méridien de Paris	<u>8°1m</u>

Réponse

Le chemin se trouve de 158 lieues 7/10ème et l'on est arrivé par les 8°1m de longitude orientale au méridien de Paris.

Quatrième proposition ou règles de distances

C'est avec la latitude partie et la longitude partie et la latitude et longitude arrivée étant données, trouve l'aire de vent et le chemin en droite route⁶⁶. Il faut premièrement soustraire les deux latitudes l'une de l'autre pour avoir leur différence si elles sont toutes deux du même côté mais si elles sont de différents côtés c'est-à-dire l'une Nord et l'autre Sud ou une Sud et l'autre Nord il les faut ajouter ensemble pour avoir leur différence, qu'il faut réduire en lieues en donnant 20 lieues pour un degré et 3 minutes pour une lieue ; ensuite il faut aussi soustraire les deux longitudes l'une de l'autre pour avoir leur différence si elles sont toutes deux du même côté mais si elles sont de différents côtés c'est-à-dire une orientale et l'autre occidentale ou une occidentale et l'autre orientale, il faut les ajouter ensemble pour avoir leur différence qui sera du même côté que la longitude arrivée mais si cette différence passe 180° et qu'on veut faire le plus court chemin, il faut ôter cette différence de 360° et il restera la différence au plus court chemin qui sera du même côté que la longitude partie puis il faut multiplier cette différence par 20 lieues valeur d'un degré pour les réduire en lieues majeures qu'il faut réduire en lieues mineures par la moyenne parallèle.

Analogie pour réduire les lieues majeures en lieues mineures

Comme l'entier sinus est aux lieues majeures, ainsi le sinus complément du moyen parallèle est aux lieues mineures.

Analogie pour trouver la valeur de l'aire de vent

Comme les lieues de différence en latitude sont aux lieues mineures ainsi l'entier sinus est à la tangente valeur de l'aire de vent.

⁶⁶ Comme les longitudes ne se mesure pas facilement sur un bateau, on peut supposer que le lieu de départ et d'arrivée sont des lieues sur terre. Ce que les exemples suivants montreront...

Suite de La pratique précédente

Remarque que le nombre qui sera venu qu'il faut de Cherche au table des tangente Le quel donnera les degrez et min de la valeur de l'air de vent

Analogie pour trouver le Chemin.

Comme le sinus valeur de l'air de vent est au lieu mineur ainsi l'entier sinus est au Chemin.

ou bien autrement on peut trouver le complement de l'air de vent par cette analogie Comme les lieux mineurs sont au lieu de difference en latitude ainsi l'entier sinus est au complement de l'air de vent.

Analogie pour trouver le Chemin.

Comme le sinus complement de l'air de vent est au lieu de difference en latitude ainsi l'entier sinus est au Chemin. Il viendra au nombre logarithmique Le quel faut Cherche au table des nombres donnera le Chemin qui est la difference entre les deux lieux ou l'on veut aller.

Exemple 2^o

On suppose party de l'isle de constant, laquelle est par 45° 30' de latitude nord et par 74° 30' de longitude occidentale on veut aller a la virgine laquelle est par 32° 45' de latitude aussi nord et par 78° 45' de longitude occidentale on demande l'air de vent et le Chemin qui faut faire en Droite Route.

Droite Route	Longt party droit	74° 30'	
Latitude party nord 45° 30'	Longt propose droit	78° 45'	
Latitude propose nord 32° 45'	Diff en longt droit	4° 15'	
Diff en latitude	12° 45'	Reduite en sinus	2186
Reduite en sinus	250 lieues		



Sinus complement de latitude party 45° 30'	782106
Sinus complement de latitude arriv 32° 45'	792254
Somme des deux Complement	1574360
Complement du moyen parallele 46° 37' 30"	946180
La moyenne parallele est de 46° 37' 30"	

Suite de la pratique précédente

Remarque que le nombre qui sera venu qu'il faut le chercher aux tables des tangentes⁶⁷ lesquelles donne à des degrés et minutes la valeur de l'aire de vent.

Analogie pour trouver le chemin

Comme le sinus valeur de l'aire de vent est aux lieues mineures ainsi l'entier sinus est au chemin.

Ou bien autrement, on peut trouver le complément de l'aire de vent par cette analogie : comme les lieues mineures sont aux lieues de différence en latitude ainsi l'entier sinus est au complément de l'aire de vent.

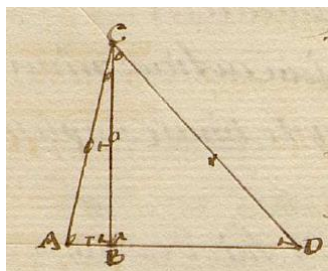
Analogie pour trouver le chemin

Comme le sinus complément de l'aire de vent est aux lieues de différence en latitude ainsi l'entier sinus est au chemin. Il viendra au nombre logarithme lequel étant cherché à la table des nombres donnera le chemin qui est la différence entre les deux lieux où l'on veut aller.

Exemple 1^{er}

L'on suppose parti de l'île de Ouessant, laquelle est par $48^{\circ}30m$ de latitude Nord et par $7^{\circ}30m$ de longitude occidentale. On veut aller à la Virgine⁶⁸ laquelle est par 37° de latitude aussi Nord et par $78^{\circ}45m$ de longitude occidentale. On demande l'aire de vent et le chemin qu'il faut faire en droite route.

		Longitude partie Ouest	$7^{\circ}30m$
Latitude partie Nord	$48^{\circ}30m$	Longitude proposée Ouest	$78^{\circ}45m$
Latitude proposée Nord	$37^{\circ}00m$	Différence en longitude Ouest	$71^{\circ}15m$
			<u>20</u>
Différence en latitude Sud	$11^{\circ}30m$	Réduite en lieues vaut	<u>1425</u>
Réduite en lieues	230 lieues		



Sinus complément de la latitude partie $41^{\circ}30m$
 Sinus complément de la latitude arrivée 53°
 Somme des deux compléments
 Complément du moyen parallèle $46^{\circ}41m$
 et la moyenne parallèle est de $43^{\circ}19m$

982
 990
1 972
 986

⁶⁷ C'est la première fois qu'une telle table de log tangente est mentionnée.

⁶⁸ La Virginie, un des états des États-Unis. Il pourrait s'agir de la ville de Norfolk dans cet état. Ses coordonnées géographiques sont $36^{\circ}55m$ de latitude Nord et $76^{\circ}14m$ de longitude Ouest, donc par rapport au méridien de Greenwich, soit $76^{\circ}14m + 2^{\circ}33m = 78^{\circ}47m$ par rapport au méridien de Paris. On est très proche des valeurs données par Legrip.

Pour Trouver La d. Minime Cote
 Sy les deux Cotes BC ainsi de la Cote
 B 37 CD 1423 L. D 407 L. BC 1032 L.
 100000 318381 986181
 vien le nombre 776181 De 1032 L.

Pour Trouver La valeur de la d. d'un angle
 Sy de Cote AC et au Cote ainsi de la d. d'un angle
 AB 230 L. BC 1032 L. B 904 A 77430 L.
 236172 1001877 100000
 vien la valeur de la d. 1068408 Devent de 77430 L.
 aotez de l'angle B 904

Complement de la d. de vent angle C 12430 L.

Pour Trouver Le chemin de l'homme
 Sy les sinus Complement angle AC et au Cote ainsi de l'homme
 C 12430 L. AB 230 L. B 904 D. l'homme
 33533 1236172 100000 AC 1063 L.
 vien le nombre 73533 De 1063 L.
 30269

Réponse

La d. de vent qui se fait faire en droite route pour aller à la virgine est
 de 1063 L. 12430 plus la d. de vent qui se fait singlt 1063 L. de
 chemin en droite route pour y arriver.

Exemple de 2^e ind

On suppose partir d'un lieu qui est par 25° 5' 20" de latitude sud et de 104° 30"
 de longitude orientale on veut aller au lieu qui est par 46° 5' 0" de latitude
 au sud et par 26° 5' 0" de longitude occidentale on demande la d. de vent
 et le chemin en droite route qui se fait faire pour y aller.

Latitude party sud 25° 5' 20"	Longitude party Est	104° 30"
Latitude arrivee sud 46° 5' 0"	Longitude arrivee Ouest	26° 5' 0"
Diff. en latitude 21° 5' 30"	Diff. en longitude Ouest	35° 32' 0"
Reduite en ligne 230 L.	Reduite en sinus majest	666 L. 7/10000
Sinus Complement de la latitude party 64° 4' 40"		771184
Sinus Complement de la latitude arrivee 43° 5' 10"		983313
Somme des deux Complement		1754497
Sinus Complement du moyen parallele 48° 5' 20"		757335
et la moyenne parallele est de		41° 5' 40"

Pour trouver les lieues mineures côté

BC

Si l'entier sinus

B 90°

1 000 000

est à l'hypoténuse

CD 1425 lieues

1 315 381⁶⁹

986 187

ainsi le sinus complémentaire

D 46°41m

986 187

est au côté

BC 1037 lieues

Vient le nombre

1 301 568 de 1037 lieues.

Pour

trouver la valeur de l'aire de vent angle

A

Si le côté

AB 230 lieues

1 236 172

est au côté

BC 1037 lieues

1 301 577

236 172

ainsi le rayon

B 90°

1 000 000

est à l'angle⁷⁰

A

Vient la valeur de l'aire 1 065 405 de vent de 77°30m.

à ôter de l'angle

B 90°

Complément de l'aire de vent, angle C 12°30m

Pour

trouver le chemin hypoténuse⁷¹

AC

Si le sinus complément angle

C 12°30m

933 533

vient le nombre

est au côté

AB 230 lieues

1 236 172

933 533 de 1063 lieues

302 639

ainsi l'entier sinus

B 90°

1 000 000

est à l'hypoténuse

AC 1063 lieues.

Réponse

L'aire de vent qu'il faut faire en droite route pour aller à la Virginie est de 01/4SO 1°15m plus Sud sur lequel il faut singlé 1063 lieues de chemin en droite route pour y arriver⁷².

Exemple 2^{eme}

On suppose parti d'un lieu qui est par 35°20m de latitude Sud et de 10°30m de longitude orientale. On veut aller à un lieu qui est par 46°50m de latitude aussi Sud et par 22°50m de longitude occidentale. On demande l'aire de vent et le chemin en droite route qu'il faut faire pour y aller.

Latitude partie Sud	35°20m	Longitude partie Est	10°30m
Latitude arrivée Sud	<u>46°50m</u>	Longitude arrivée Ouest	<u>22°50m</u>
Différence en latitude Sud	<u>11°30m</u>	Différence en longitude Ouest	<u>33°20m</u>
Réduite en lieues vaut	<u>230 lieues</u>	Réduite en lieues majeures	<u>666 lieues 7/10eme</u>
Sinus complément de la latitude partie	54°40m		991 158
Sinus complément de la latitude arrivée	43°10m		<u>983 513</u>
Somme des deux compléments			<u>1 974 671</u>
Sinus complément du moyen parallèle	48°20m		<u>987 335</u>
et la moyenne parallèle est de	41°40m		

⁶⁹ Caractéristique égale à 13 (changement de table ou pas... on aurait dû avoir 14 avec les logarithmes utilisés précédemment) mais dont le 1 est omis, pour anticiper la différence avec 1 000 000.

⁷⁰ En fait, au logarithme de sa tangente. La lecture inverse dans une table de tangente donne alors le résultat. Cette analogie résulte immédiatement du théorème de Thalès.

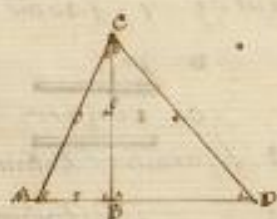
⁷¹ Le théorème de Pythagore pouvait donner le résultat car on connaît les deux côtés de l'angle droit dans le triangle ABC. Il nécessite cependant plus de calculs...

⁷² Sur des telles distance, le triangle de navigation n'est plus plan et on peut avoir des doutes quant à la pertinence de ces résultats.

Suite de l'exemple précédente

Pour Trouver la Minus Cote

Hydrogène	Hauteur	Angle de la Cote	Angle de la Cote
BC	CD 22412	D 49° 20'	E 49° 20'
100000	252412	787333	
	287333		
viens le nombre	126772	De 49° 20'	



Pour Trouver l'angle

Hydrogène	Hauteur	Angle de la Cote	Angle de la Cote
AB 12504	BC 49° 20'	A 68° 41'	
236172	100000	1267722	
		236172	
viens la valeur de la Cote		1035550	De 68° 41'
notez de l'angle			De 70° 4'
complément de la Cote			De 26° 47'

Pour Trouver l'Hydrogène

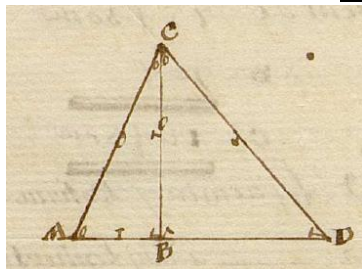
Hydrogène	Hauteur	Angle de la Cote	Angle de la Cote
CD 22412	AB 2504	E 49° 20'	AC 68° 41'
762240	12504	100000	
	287333		
viens le nombre	273732	De 68° 41'	

Reponces

La Cote qu'il faut faire en droite Route pour aller au lieu proposé se trouve de 252412 plus ou moins sur lequel il faut multiplier 543 lieux de chemin en droite Route pour y arriver.

Regle par Plusieurs Routes

Lorsqu'on a plusieurs aires de vent, et qu'on veut trouver la Cote de vent et le chemin en droite Route en fin qui commencent la Cote de vent par lequel on trouvera la distance en Cote qu'on a par quel Cote et long on est arrivé pour ce faire il faut premièrement pointer toutes les Routes par cette analogie comme il est enseigné à la première proposition.

*Suite de l'exemple précédent**Pour**trouver les lieues mineures côté*BC*Si l'entier sinus**B 90°**1 000 000**est à l'hypoténuse**CD 666 lieues 7/10eme**282 412⁷³**987 333**ainsi le sinus complémentaire**D 48°20m**987 333**est au côté**BC 498 lieues**Vient le nombre**1 269 745 de 498 lieues.**Pour**trouver l'angle*A*Si les lieues de diff de latitude**AB 230 lieues**236 172**sont au rayon**B 90°**1 000 000**ainsi les lieues mineures**BC 498 lieues**1 269 722**236 172**1 033 550**sont à la tangente**A**Vient la valeur de l'aire de vent**à ôter de l'angle**B**Complément de l'aire de vent, angle**C**de 65°13m.**90°**24°47m**Pour**trouver le chemin hypoténuse*AC*Si le sinus complément**C 24°47m**962 240**est au côté**AB 230 lieues**1 236 172**962 240**ainsi le rayon**B 90°**1 000 000**est à l'hypoténuse**AC 549 lieues**vient le nombre**273 932 de 549 lieues***Réponse**

L'aire de vent qu'il faut faire en droite route pour aller au lieu proposé se trouve O1/4SO 2°17m plus Sud sur lequel il faut singlé 549 lieues de chemin en droite route pour y arriver.

Règles par plusieurs routes

Lorsqu'on a cinglé sur plusieurs aires de vent et qu'on veut trouver l'aire de vent et le chemin en droite route en fin que connaissant la latitude et longitude partie, on trouve la différence tant en latitude qu'en longitude et par quelles latitude et longitude, on est arrivés. Pour ce faire, il faut premièrement pointer toutes les routes par cette analogie comme il est enseigné à la première proposition.

⁷³ Le calcul est fait à partir de 667 lieues. Le 1 au début de la caractéristique est une fois de plus omis... pour anticiper 1 000 000 qu'on doit retirer.

analogie Pour trouver les lieux fait au nord ou au sud
Comme l'entier sinus est au chemin ainsy le sinus complément de l'air
devent est au lieu de différence en latitude ~

analogie Pour trouver les lieux fait à l'est ou à l'ouest mineur
Comme l'entier sinus est au chemin ainsy le sinus vallour de l'air de
vent est au lieu mineur ~

ayant pointé toutes les Routes par ces deux analogie s'il faut Ramasser
les lieux qui sont fait au nord sous le nord et les lieux qui sont ajoutés en
semble et Ramasser les lieux qui sont fait au sud sous le sud et les
lieux qui sont sous le nord les soustraire les uns des autres et le restant
sera les lieux de différence en latitude et faire la même chose au lieux
qui seront fait à l'est ou à l'ouest et le Restant sera les lieux mineurs
pour la différence en longitude ~

analogie Pour trouver la vallour de l'air devent en droite
Route Comme les lieux de différence en latitude sont au lieux mineurs ainsy
l'entier sinus est au tangente vallour de l'air de vent ~

analogie Pour trouver le chemin en droite Route
Comme le sinus complément de l'air devent est au lieu de différence
en latitude ainsy l'entier sinus est au chemin ~

analogie Pour réduire les lieux mineurs en lieux majeurs
Comme le sinus complément du moyen parallèle est au lieu mineur
ainsy l'entier sinus est au lieu majeur après quoy si faut réduire
les dits lieux en degres pour la différence en longitude ~



Analogie pour trouver les lieux faites au Nord ou au Sud

Comme l'entier sinus est au chemin ainsi le sinus complément de l'aire de vent est aux lieues de différence en latitude.

Analogie pour trouver les lieux mineures, faites à l'Est ou à l'Ouest

Comme l'entier sinus est au chemin ainsi le sinus valeur de l'aire de vent est aux lieues mineures.

Ayant pointé toutes les routes par ces deux analogies, il faut ramasser les lieues qui sont faites au Nord sous le Nord et ces lieues, les ajouter en -semble et ramasser les lieux qui sont faites au Sud sous le Sud et les lieues qui sont sous le Nord et les soustraire les unes des autres et le restant sera les lieues de différence en latitude et faire la même chose aux lieues qui seront faites à l'Est ou à l'Ouest et le restant sera les lieues mineures pour la différence en longitude.

Analogie pour trouver la valeur de l'aire de vent en droite

route comme les lieues de différence en latitude sont aux lieues mineures ainsi l'entier sinus est à la tangente valeur de l'aire de vent.

Analogie pour trouver le chemin en droite route

Comme le sinus complément de l'aire de vent est aux lieues de différence en latitude ainsi l'entier sinus est au chemin.

Analogie pour réduire les lieues mineures en lieues majeures

Comme le sinus complément du moyen parallèle est aux lieues mineures ainsi l'entier sinus est aux lieues majeures après quoi il faut réduire les dites-lieues en degré pour la différence en longitude.

Exemple 1^{er}

On suppose partir de 20°25m de latitude Sud et du premier méridien de Paris.

On a singlé aux routes suivantes à savoir⁷⁴

Aire de vent	lieues		N		S		E		O
AU NNE.....	40£	AB	37£			BC	15£20m		
AU NE1/4N....	45£	CD	37£25m			DE	25£		
AU SE1/4E....	55£	...		EF	30£30m	FG	45£45m		
A E1/4NE	43£	GH	8£20m			HI	42£20m		
AU SO1/4S.....	48£	...		IK	40£			KL	26£40m
AU SO1/4O....	60£	...		LM	33£20m			MN	50£
AU NO1/4N....	50£	NO	41£30m					OP	27£45m
			124£15m		103£50m		128£25m		104£25m
			103£50m				104£25m		
		Aq	20£25m			Pq	24£		

Après avoir cinglé sur les dites routes et réduits les courses, on demande l'aire de vent et le chemin en droite route et par quelle latitude et longitude, on est arrivé.

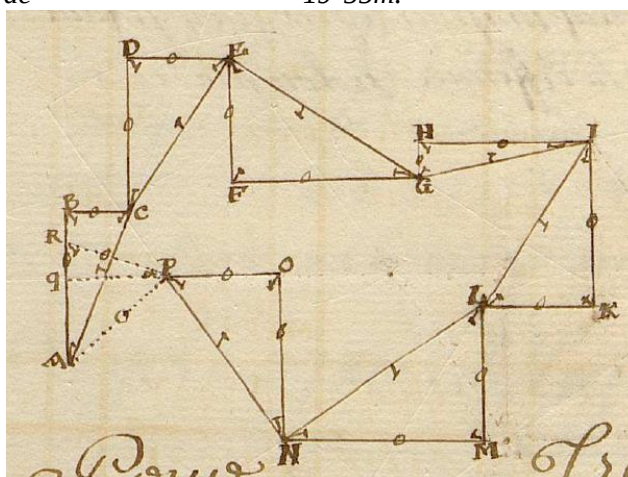
Latitude partie Sud 20°25m sinus complément de la latitude partie 69°35m 997 182

Diff en latitude Nord 1°01m sinus complément de la latitude arrivée 70°36m 997 461

Latitude arrivée Sud 19°24m somme des deux compléments 1 994 643

Complément du moyen parallèle 70°5m 997 321

et la moyenne parallèle est de 19°55m.



Pour trouver

l'aire de vent angle

A

Si le côté
Aq 20 lieues 25m⁷⁵
230963

est au rayon
B 90°
1 000 000

ainsi le côté
Pq 24 lieues
1 238 021
230 963
1 007 058

est à la tangente
A 49°38m

à ôter de l'angle

complément de l'aire de vent angle A

de 90°

40°22m

⁷⁴ J'utilise le symbole £ pour noter les lieues du tableau. Elles sont toutes exprimées dans un système sexagésimal.

⁷⁵ Calcul fait avec 20,4. 25/60 est environ égal à 0,4.

Pour Trouver le chemin de Paris

$\frac{J. de la Cour}{P. 104792}$ $\frac{Vau. de Différence}{AQ. 20223m}$ $\frac{ainsi J. de la Cour}{Q. 974}$ $\frac{P. de la Cour}{AP. 316810m}$
 $\frac{951135}{\text{valeur nombre}} \dots \frac{1230963}{247428} \dots \frac{1000000}{\text{De 316. 5/10000}}$

Pour Trouver le chemin de Paris

$\frac{J. de la Cour}{R. 70713}$ $\frac{Vau. de la Cour}{PQ. 241}$ $\frac{ainsi J. de la Cour}{Q. 974}$ $\frac{P. de la Cour}{PR. 23865/10000}$
 $\frac{9971321}{\text{valeur nombre}} \dots \frac{1234621}{240100} \dots \frac{1000000}{\text{De 238. 6/10000}}$

Longitude party du premier méridien 204600
 Différence en Longs orientale 141600
 Longs arrivé orientale au méridien de Paris 141600

Response

Lait de vent en droite Route se trouve de 1181 4439m plus de la
 de quel on a fait 316. 5/10000 de chemin en droite Route et on est
 arrivé par 19 924m de latitude et par 1416m de longitude
 orientale aux méridien de Paris.

Exemple 2^e

On suppose partir de 23415m de latitude nord et de 124930m de long et on a
 singlé aux Route suivante.

alt. de vent	long	N	S	E	O		
AU NE 496	AB	442200		BC	142201m		
AU NE/4E 606	CD	332200		DE	506		
AU SE 536			EF	506	FG	212	
AU SE/4E 546			GH	222100		HI	532200
AU SE/4E 606			IK	506	KL	532200	
A; E/4SE 606			LM	102	MN	612	
		772400	124930	142201	532200	532200	
			571180	571180	1001100		

après avoir singlé sur les ditte Route et Recuile les courbe on demande
 l'alt. de vent et de chemin en droite Route et par quelle latitude et longitude
 on se trouve arrivé.

Pour trouver le chemin hypoténuse

AP

Si le sinus complément	est à la différence de latitude	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
P 40°22m	AQ 20 lieues 25m ⁷⁶	Q 90°	AP 31 lieues 5/10eme
981 135	1 230 963	1 000 000	
vient le nombre	<u>981 135</u>	de 31 lieues 5/10eme ⁷⁷	
	249 828 ⁷⁸		

Pour trouver les lieues majeures hypoténuse⁷⁹

PR

Si le sinus complément	est aux lieues mineures	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
R 70°5m	Pq 24 lieues	q 90°	PR 25 lieues 5/10eme
997 321	1 238 021	1 000 000	
	<u>997 321</u>	de 31 lieues 5/10eme	
vient le nombre	<u>240 700</u>	de 25 lieues 5/10eme.	
Longitude partie du premier méridien		00°00m	
Différence en longitude orientale		<u>1°16m</u>	
Longitude arrivée orientale au méridien de Paris		<u>1°16m</u>	

Réponse

L'aire de vent en droite route se trouve le NE 4°38m plus Est, sur lequel on a fait 31 lieues 5/10eme de chemin en droite route et l'on est arrivé par 19°24m de latitude Sud et par 1°16m de longitude orientale au méridien de Paris.

Exemple 2^{eme}

L'on suppose partir de 53°15m de latitude Nord et de 124°30m de longitude et on a singlé les routes suivantes à savoir⁸⁰ :

Aire de vent	Lieues		N		S		E		O
AU NNE.....	48£	AB	44£20			BC	18£20		
AU NE1/4E....	60£	CD	33£20			DE	50£		
AU SSE	55£	...		EF	50£45	FG	21£		
AU OSO	58£	...		GH	22£10			HI	53£30
AU SE1/4S.....	60£	...		IK	50£	KL	33£20		
A E1/4SE	62£	...		LM	12£	MN	61£		
			77£40		134£55		183£40		53£30
					77£40		53£30		
				OA	57£15	MO	130£10		

Après avoir singlé sur lesdites routes et réduit la course, on demande l'aire de vent et le chemin en droite route et par quelle latitude et longitude on se trouvera arrivé.

⁷⁶ Calculé à partir de 20,4.

⁷⁷ Là, du fait de la lecture dans une table, on récupère bien des lieues décimales.

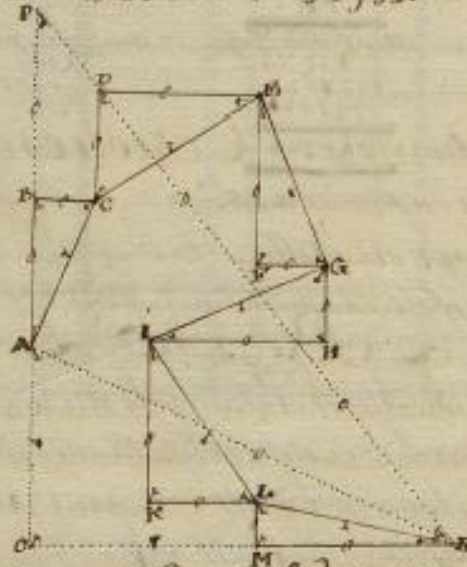
⁷⁸ Il faut d'abord cette soustraction et rajoute 1 000 000 au résultat, ce que Legrip n'écrit pas. Il cherche donc le nombre dont le logarithme est 1 249 828.

⁷⁹ Le triangle PqR est bien un triangle de réduction.

⁸⁰ On a de nouveau des lieues sexagésimales.

Suite de la Règle précédente

Latitude nord	55° 51' 15"	Sinus complément de latitude	56° 45' 00"	777690
Différence de latitude	2° 45' 15"	Sinus complément de latitude	57° 30' 15"	750454
Latitude nord	50° 46' 30"	Somme des deux complément		1528144
Sinus complément du moyen parallèle	58° 57' 15"			777690
et la moyenne parallèle en de	51° 51' 15"			



Pour trouver la valeur de l'arc de M, angle

Sin	Hauteur	sinus de l'arc	De l'angle
NO 37.418	0908	NO 130.410	A 66° 41' 15"
215709	100000	1511427	
angle de l'angle		275709	O de 7° 4
Complément de l'arc de l'angle		1025644	N 23° 44' 15"

Pour trouver le chemin de l'arc de M

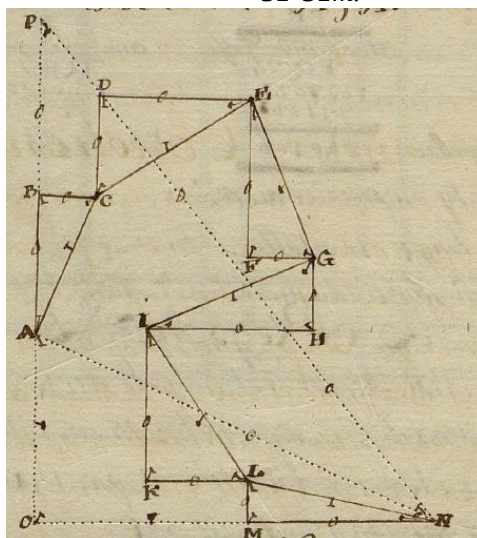
Sin	Hauteur	sinus de l'arc	De l'angle
N 25° 41' 15"	NO 57.115	O 908	AN 142.611
76474	1615139	100000	
76474	76474		
215268			

Pour trouver la distance de l'arc de M

Sin	Hauteur	sinus de l'arc	De l'angle
P 35° 49' 15"	NO 130.410	O 908	PN 110.611
777690	1511427	100000	
777690	777690		
215268			

Latitude partie Nord $53^{\circ}15m$
 Diff en latitude Sud $2^{\circ}52m$
 Latitude arrivée Nord $50^{\circ}23m$
 Sinus complément du moyen parallèle
 et la moyenne parallèle est de

Suite de la règle précédente
 sinus complément de la latitude partie $36^{\circ}45m$ 977 693
 sinus complément de la latitude arrivée $39^{\circ}37m$ 980 458
 somme des deux compléments 1 958 151
 $38^{\circ}9m$ 979 075
 $51^{\circ}51m$.



Pour trouver

la valeur de l'aire de vent angle

	<u>A</u>			
Si le côté	est au rayon	ainsi le côté	est à la tangente	
AO 57 lieues 15m	O 90°	NO 130 lieues 10m	A $66^{\circ}16m$	
1 275 739	1 000 000	1 311 427		
à ôter de l'angle		<u>275 739</u>	O de	<u>90°</u>
complément de l'aire de vent angle		<u>1 035 688</u>	N	<u>$23^{\circ}44m$</u>

Pour trouver le chemin hypoténuse

	<u>AN</u>			
Si le sinus complément	est au côté	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse	
N $23^{\circ}44m$	AO 57 lieues 15m	O 90°	AN 142 lieues 1/10eme	
960 474	1 275 739	1 000 000		
	<u>960 474</u>			
vient le nombre	315 265 ⁸¹	de 142 lieues 1/10eme.		

Pour trouver les lieues majeures

	<u>PN</u>			
Si le sinus complément	est au côté	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse	
$38^{\circ}9m$	NO 130 lieues 10m	O 90°	PN 210 lieues 6/10eme	
979 079	1 311 427	1 000 000		
	<u>979 079</u>			
vient le nombre	<u>332 348</u>	de 210 lieues 6/10eme.		

⁸¹ Il fait d'abord cette soustraction et rajoute 1 000 000 au résultat, sans l'écrire. Il cherche donc le nombre dont le logarithme est 1 315 265.

Longs party occidentale	1245300
Difference en Longs orientale	104320
Longs arrivés orientale-meridien de Paris	<u>1154980</u>

~ Reponce ~

Le air de vent orientale Route de Rouen est 1245300 plus sur sur lequel on a singlé 104320 de chemin orientale Route et l'en est arrive par 1154980 de Longs orientale au meridien de Paris et par les 504320 de latitude nord ~

~ Premiere Correction ~

pour faire il faut principalement trouver la difference en latitude laquelle il faut réduire en lieu puis il faut trouver les lieux qui sont faits par estimation de difference en latitude et les lieux qui sont faits à l'Est ou au Ouest par estimation comme il est en l'enseignement de la premiere proposition puis il faut répondre si la difference en latitude qu'on a trouvée par estimation et les lieux de difference en latitude par la hauteur sont égale l'estime est fort bonne mais si les deux difference sont plus ou moins l'estime ne vaut rien c'est pourquoy il faut Corriger l'estime Remarque que la premiere Correction ne sert que pour le N. / N. E. et N. E. et pour le N. / N. O. et N. O. et pour le S. / S. E. et S. E. et S. / S. O. et S. O. c'est à dire depuis le Nord jusqu'à 225300 autant vers l'Est et vers le Ouest et de même vers le Sud depuis 225300 jusqu'à 675300 on se servira de la troisième Correction et depuis 675300 jusqu'à 905 on se servira de la seconde Correction dans la premiere Correction l'air de vent ne se Corriger point il n'y a que le chemin et les lieux de Longs qui seront Corrigés dont on voye les analogie - pour trouver le chemin Corrigé ~

Comme le sinus Complément de l'air de vent est au sinus de difference en latitude par la hauteur ainsi le sinus est au chemin Corrigé ~

analogie ~ Pour trouver les lieux mineurs Corrigés ~

Comme le sinus est au chemin Corrigé ainsi le sinus valeur de l'air de vent est au lieu mineur Corrigé qui fait réduire en lieu majeur par la moyenne parallèle

analogie ~ Pour réduire les lieux mineurs en lieux majeurs ~

Comme le sinus Complément de la moyenne parallèle est au lieu mineur Corrigé ainsi le sinus est au lieu majeur qui fait réduire en degré pour avoir la difference en Longs ~

Longitude partie occidentale	124°30m
Différence en longitude orientale	<u>10°32m</u>
Longitude arrivée orientale méridien de Paris	113°58m

Réponse

L'aire de vent en droite route se trouve le ESE 1°14m plus Sud, sur laquelle on a cinglé 141 lieues 1/10eme de chemin en droite route et l'on arrive par 113°58m de longitude orientale au méridien de Paris et par les 50°23m de latitude Nord.

Première correction

Pour ce faire, il faut premièrement trouver la différence en latitude laquelle il faut réduire en lieues puis il faut trouver les lieues qui sont faites par estime de différence en latitude et les lieues qui sont faites à l'Est ou à l'Ouest comme il en enseigne la première proposition puis il faut regarder si la différence en latitude qu'on a trouvé par estime et les lieux de différence en latitude par la hauteur sont égales, l'estime est fort bonne mais si les deux différences sont inégales, l'estime ne vaut rien ; c'est pourquoi il faut corriger l'estime. Remarque que la première correction ne sert que pour le N1/4NE et NNE et pour le N1/4NO et NNO et pour le S1/4SE et SSE et S1/4SO et SSO c'est-à-dire depuis le Nord jusqu'à 22 degrés 30 minutes en allant vers l'Est et vers l'Ouest et de même vers le Sud depuis 22 degrés 30 minutes jusqu'à 67 degrés 30. On se servira de la troisième correction et depuis 67 degrés 30 jusqu'à 90 degrés on se servira de la seconde correction. Dans la première correction, l'aire de vent ne se corrige point ; il n'y a que le chemin et les lieux de longitude qui seront corrigés dont on voit les analogies pour trouver le chemin corrigé.

Comme le sinus complément de l'aire de vent est aux lieues de différence en latitude par la hauteur, ainsi l'entier sinus est au chemin corrigé.

Analogie pour trouver les lieues mineures corrigées

Comme l'entier sinus est au chemin corrigé, ainsi le sinus valeur de l'aire de vent est aux lieues mineures qu'il faut réduire en lieues majeures par la moyenne parallèle.

Analogie pour réduire les lieues mineures en lieues majeures

Comme le sinus complément du moyen parallèle est aux lieues mineures corrigées, ainsi l'entier sinus est aux lieues majeures qu'il faut réduire en degrés pour avoir la différence en longitude.

Exemple 3^{de}

on suppose partir de $49^{\circ} 45'$ de latitude nord et de $14^{\circ} 30'$ de longitude occidentale
 on va singler par rhume au nord, 25° lieux et par la hauteur on s'arrivera par
 $50^{\circ} 42'$ de latitude aussi nord on demande le chemin et la diff. en long. corrigée
 latitude partye nord $49^{\circ} 45'$ Sinus complément de latitude partye $40^{\circ} 48' 57''$
 latitude obtenue nord $50^{\circ} 42'$ Sinus complément de latitude arivée $39^{\circ} 56' 29''$
 Diff. en latitude nord $00^{\circ} 53' 57''$ Somme des deux complément. 1962130
 Sinus complément du rayon parallèle $40^{\circ} 51'$ 951085
 le moyen parallèle arivée $49^{\circ} 48' 57''$

La diff. latitude par rhume Cotez AB 2500

La moindre rhume Cotez BC 2556



Pour trouver le chemin corrigé

Angle en comp.	Hauteur	sin. de rayon	sin. de rh.
C $57^{\circ} 45'$	AD $16^{\circ} 45'$	D 90°	AE $17^{\circ} 45'$
996561	1006248	1000000	
rien le nombre	776561		
Pour	223644	De $17^{\circ} 45'$ en	
	DE		

Angle en comp.	Hauteur	sin. de rayon	sin. de rh.
D $50^{\circ} 42'$	AE $19^{\circ} 42'$	A $22^{\circ} 45'$	DE $17^{\circ} 45'$
1000000	776561	776561	
rien le nombre	776561	De $17^{\circ} 45'$ en	
Pour	223644		
	DE		

Angle en comp.	Hauteur	sin. de rayon	sin. de rh.
E $40^{\circ} 42'$	DE $7^{\circ} 42'$	D 90°	EF $11^{\circ} 42'$
951085	1157806	1000000	
rien le nombre de	771061	De $11^{\circ} 42'$ en	
	206443		
	EF		

Longitude partye occidentale	$014^{\circ} 30'$
Difference en longitude orientale	$009^{\circ} 35'$
Longitude arivée occidentale	$004^{\circ} 55'$

Réponse

Le chemin corrigé se trouve de 19 lieux $8/10$ en et la différence
 en longitude corrigée est de 76 $5/10$ en et l'on s'arrivera par
 50° de longitude occidentale au méridien de paris

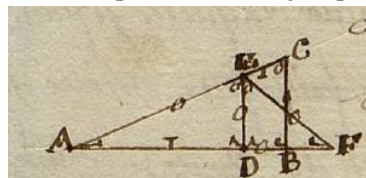
Exemple 1^{er}

On suppose partie de 49°15m de latitude Nord et de 1°30m de longitude occidentale.

On a cinglé par estime au NNE, 25 lieues et par la hauteur on est arrivé par

50°10m de latitude aussi Nord. On demande le chemin et la différence en longitude corrigée.

Latitude partie Nord	49°15m	sinus complément de latitude partie	40°45m	981 475
Latitude observée Nord	<u>50°10m</u>	sinus complément de la latitude arrivée	39°50m	<u>980 655</u>
Diff en lat Nord	<u>00°55m</u>	somme des deux compléments		<u>1 962 130</u>
Sinus complément du moyen parallèle	40°17m			<u>981 065</u>



et la moyenne parallèle est de

49°43m.

Lieues de différence de latitude par estime : côté AB

23 lieues

Lieues mineures estimées côté BC

9 lieues 5/10eme⁸²

Pour

trouver le chemin corrigé⁸³

		<u>AE</u>		
Si le sinus complément	est au côté	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse	
67°30	AD 18 lieues 1/3 ⁸⁴	D 90°	AE 19 lieues 8/10eme	
996 561	1 226 245	1 000 000		
	<u>996 561</u>			
Vient le nombre	229 684	de 19 lieues 8/10eme.		

Pour

trouver les lieues mineures corrigées côté

		<u>DE</u>		
Si le rayon	est à l'hypoténuse	ainsi le sinus	est au côté	
D 90°	AE 19 lieues 8/10eme	A 22°30m	DE 7 lieues 5/10eme	
1 000 000	1 229 666	958 283		
	<u>958 283</u>			
Vient le nombre	1 187 949	de 7 lieues 5/10eme.		

Pour

trouver les lieues majeures côté

		<u>EF</u>		
Si le sinus complément	est au côté	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse	
F 40°17m	DE 7 lieues 5/10eme	D 90°	EF 11 lieues 6/10eme	
981 061	1 187 506	1 000 000		
	<u>981 061</u>			
Vient le nombre	206 445	de 11 lieues 6/10eme.		
Longitude partie occidentale		1°30m		
Différence de longitude orientale		<u>0°35m</u>		
Longitude arrivée occidentale		0°55m		

Réponse

Le chemin corrigé se trouve de 19 lieues 8/10eme et la différence en longitude corrigée est de 7 lieues 5/10eme et l'on est arrivé par 55m de longitude occidentale au méridien de Paris.

⁸² On sait que le cap est au NNE, soit un angle de 22,5° par rapport au Nord.

⁸³ Initialement, le premier triangle de navigation est ABC. La différence de latitude nous conduit à remplacer AB par AD. Le triangle de navigation corrigé est donc ADE, auquel Legrip adosse comme il le fait habituellement le triangle de réduction DEF.

⁸⁴ La différence de latitude est de 0°55m, ce qui correspond bien à 18 lieues 1/3.

Seconde Correction

La Seconde Correction se fait lors qu'on a pris hauteur et qu'on a
Singlé par Estime sur un seul air de vent ou sur les degrés qui sont depuis
67 et 68 jusqu'à 90 de Cotez et d'autre
pour ce faire il faut premièrement trouver les lieux qui sont fait en latitude et
en longitude selon l'estime par les analogie comme il est en l'ignie dans
la première proposition après il faut trouver la différence en latitude par
et la latitude qu'on a trouvée par la hauteur et la réduire en lieux pour
séparer les lieux de différence en latitude par Estime et les lieux par la hau-
teur sont égale latitude est fort bonne mais si l'on ne prie quelle latitude
ne vaut rien et c'est pour quoy il faut faire une correction il faut remarquer
que la seconde correction ne sert que pour le 6ème et 7ème air de vent à
commencer au nord et au sud et au 6ème pour l'est et le 7ème pour le sud
et le 8ème et pour le 9ème et le 10ème de l'est et le 11ème et le 12ème alors les lieux
mineurs selon l'estime ne se corrigent point il n'y a que l'air de vent et
le chemin qui se corrigent par l'analogie

Analogie pour trouver l'air de vent corrigé

Comme les lieux de différence en latitude par la hauteur sont au lieu
mineur qui ne se corrigent point ainsi l'entier sinus est au tangent
valeur de l'air de vent corrigé

Analogie pour trouver le chemin corrigé

Comme le sinus complément de l'air de vent corrigé est au lieu de
différence en latitude par la hauteur ainsi l'entier sinus est au chemin
corrigé

Analogie pour réduire les lieux mineurs en lieux majeurs

Comme le sinus complément du moyen parallèle est au lieu mineur
qui ne se corrigent point ainsi l'entier sinus est au lieu majeur
Lequel faut réduire en degrés pour avoir la différence en longitude

Seconde correction

La seconde correction se fait lorsqu'on a pris hauteur et qu'on a cinglé par estime sur une seule aire de vent ou sur les degrés qui sont depuis 67°30m jusqu'à 90° de côté et d'autre.

Pour ce faire, il faut premièrement trouver les lieues qui sont faites en latitude et en longitude selon l'estime par les analogies comme il est enseigné dans la première proposition. Après, il faut trouver la différence en latitude partie et la latitude qu'on a trouvé par la hauteur et les réduire en lieues pour regarder le lieues de différence en latitude par estime et les lieues par la hauteur. [Si elles] sont égales l'estime est fort bonne mais si elles sont inégales, l'estime ne vaut rien. C'est pourquoi il faut faire une correction. Il faut remarquer que la seconde correction ne sert que pour les 6^e et 7^e aires de vent à commencer au Nord et au Sud c'est-à-dire pour l'Est 1/4NE et ENE E1/4SE et ESE et pour le O1/4NO et ONO et le O1/4SO et OSO. Alors les lieues mineures selon l'estime ne se corrigent point. Il n'y a que l'aire de vent et le chemin qui se corrigent par cette analogie.

Analogie pour trouver l'aire de vent corrigée

Comme les lieues de différence en latitude par la hauteur sont aux lieues mineures qui ne se corrigent point, ainsi l'entier sinus est à la tangente valeur de l'aire de vent corrigée.

Analogie pour trouver le chemin corrigé

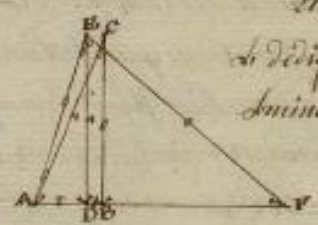
Comme le sinus complément de l'aire de vent corrigée est aux lieues de différence en latitude par la hauteur, ainsi l'entier sinus est au chemin corrigé.

Analogie pour réduire les lieues mineures en lieues majeures

Comme le sinus complément du moyen parallèle est aux lieues mineures qui ne se corrigent point ainsi l'entier sinus est aux lieues majeures lesquelles il faut réduire en degrés pour avoir la différence en longitude.

Exemple 2^{de}

on suppose partir de 48° 45' de latitude nord et de 12° 45' de longitude occidentale en un singlé par l'isthme d'UNE. 35 lieues et par la hauteur en un arrivee par 49° 15' de latitude nord en un arrivee l'air de vent et le chemin corrigé et par quelle longueur ont en arrivee. Sinus Complement de latitude party 49° 15' 742911
 Latitude party nord 48° 45' 742911 Sinus Complement de latitude arrivee 48° 45' 742911
 Latitude observee nord 49° 15' 742911 Sinus Complement de latitude arrivee 48° 45' 742911
 Diff en latitude 24° 30' Complement du moyen par latitude 49° 742911
 Et la moyenne par latitude en 24° 49° 45'



Si de diff en latitude par l'isthme l'angle AB 135° 24'
 Sinus par l'isthme qui ne se corrige pas l'angle BC 32° 20'

Pour Trouver l'air de vent, corrige l'angle

Angle	Quotient	sinus	Angle
AD 104	100000	BC 32.24	Angle 72° 45'
100000	100000	1250720	
angle de l'angle		200000	D 70° 4
Complement de latitude de vent angle		1050720	E 173° 12'

Pour Trouver l'heure corrigée de l'angle

Angle	Quotient	sinus	Angle
AD 104	100000	BC 32.24	Angle 72° 45'
100000	100000	1250720	
angle de l'angle		200000	D 70° 4
Complement de latitude de vent angle		1050720	E 173° 12'

Pour Trouver la longitude corrigée

Angle	Quotient	sinus	Angle
AD 104	100000	BC 32.24	Angle 72° 45'
100000	100000	1250720	
angle de l'angle		200000	D 70° 4
Complement de latitude de vent angle		1050720	E 173° 12'

viens le nombre 252714 De 336 8/1000

Pour Trouver la longitude corrigée

Angle	Quotient	sinus	Angle
AD 104	100000	BC 32.24	Angle 72° 45'
100000	100000	1250720	
angle de l'angle		200000	D 70° 4
Complement de latitude de vent angle		1050720	E 173° 12'

viens le nombre 252714 De 336 8/1000

Long party occidentale 267226 De 49° 45' 100000

Diff en longitude orientale 267226 De 49° 45' 100000

Long arrive occidentale au meridian de paris 267226 De 49° 45' 100000

Reponne

l'air de vent corrigé l'heure 173° 12' plus 135° et le chemin corrigé 24° 30' 8/1000 et son arrivee par l'isthme 49° 45' de longitude occidentale au meridian de paris

Exemple 1^{er}

On suppose partie de 48°45m de latitude Nord et de 12°15m de longitude occidentale.

On a cinglé par estime à ENE 35 lieues et par la hauteur, on arrive à 49°

15m de latitude aussi Nord. On demande l'aire de vent et le chemin corrigé et par

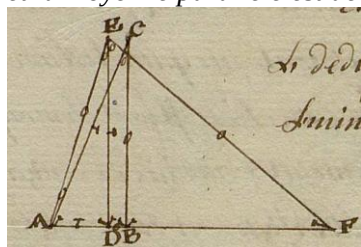
quelle longitude on est arrivé. Sinus complément de latitude partie 41°15m 981 911

Latitude partie Nord 48°45m Sinus complément de la latitude arrivée 40°45m 981 475

Latitude observée Nord 49°15m Somme des deux compléments 1 963 386

Diff en lat Nord 0°30m Complément du moyen parallèle 41° 981 693

et la moyenne parallèle est de 49°.



Lieues de différence en latitude par estime Côté AB 13 lieues 24m.

Lieues mineures par estime qui ne se corrigent pas côté BC 32 lieues 20m.

Pour trouver

l'aire de vent corrigée angle⁸⁵

Si le côté	est au rayon	ainsi le côté	est à la tangente de l'angle
AD 10 lieues ⁸⁶	D 90°	BC 32 lieues 20m	A 72°48m
1 200 000	1 000 000	1 250 920	
		<u>200 000</u>	D 90°

À oter de 90°

Complément de l'aire de vent corrigée angle

D 90°
E 17°12m

Pour trouver

le chemin corrigé hypoténuse

Si le sinus complémentaire	est au côté,	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
E 17°12m	AD 10 lieues	D 90°	AE 33 lieues 8/10eme
947 086	1 200 000	1 000 000	
	<u>947 086</u>		

vient le nombre

252 914 de 33 lieues 8/10eme

Pour trouver

les lieues majeures

Si le sinus complémentaire	est au côté,	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
F 41°	BC égal à DE 32 lieues 20 m	D 90°	EF 49 lieues 3/10eme
981 694	1 250 920 ⁸⁷	1 000 000	
vient le nombre	<u>981 694</u>		

vient le nombre

269 226 de 49 lieues 3/10eme.

Longitude partie occidentale

12°15m

Différence en longitude orientale

2°28m

Longitude arrivée occidentales méridien de Paris

9°47m

Réponse

L'aire de vent corrigée se trouve ENE 5°18m plus Est et le chemin corrigé

est de 33 lieues 8/10eme et l'on est arrivé par les 9°47m de longitude

occidentale au méridien de Paris.

⁸⁵ Initialement, le premier triangle de navigation est ABC. La différence de latitude nous conduit à remplacer AB par AD. Le triangle de navigation corrigé est donc ADE, auquel Legrip adosse le triangle de réduction DEF.

⁸⁶ Correspondant à la différence en latitude de 0°30m.

⁸⁷ 32 lieues 1/3. Comme souvent, Legrip fait le calcul avec 32,3 lieues.

Exemple 2^e

on suppose partir de 48° 42' 30" de latitude nord et de 104° 15' 00" de longitude en
telle en la singlé par estime au S. 0. 48 lieues et par la hauteur on ar-
rive par 47° 45' 00" de latitude aussi nord on demande l'air de vent et le che-
min et la différence en longt corrigée et par quel longt on arrive
Latitude party nord 48° 42' 30" sinus complément de latitude party 41° 57' 30" 75255
Latitude observé nord 47° 45' 00" sinus complément de latitude arrivé 42° 55' 00" 75255
Diff en latitude sud 1° 57' 30" somme des deux complément 1765465
sinus complément au moyen parallèle 42° 51' 00" 75255
et la moyenne parallèle Rhod. 47° 47' 00"



Pour Trouver l'air de vent et l'angle

Système Cotez	Et au mineur corrigé	ainsy le rayon de l'hypoténuse
AD 274400	DE 501800	D 909 A 45900
244247	1244888	1000000
à cotez de l'angle	244247	D 909
Complément de l'air de vent	1004609	corrigé angle V <u>41° 55'</u>

Pour Trouver le chemin corrigé et le point

Système sinus complément	Et au Cotez	ainsy le rayon de l'hypoténuse
F 415850	AD 274400	D 909 AF 4141400
75255	1244888	1000000
	752550	
viens le nombre	261724	De 4141400

Pour Trouver la longt corrigée

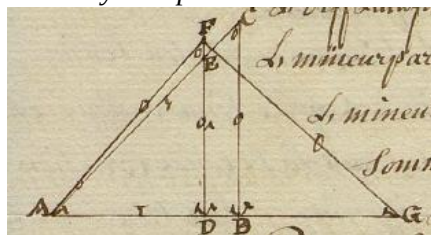
Système sinus complément	Et au Cotez	ainsy le rayon de l'hypoténuse
G 424130	DE 501800	D 909 PG 4141400
75255	1244888	1000000
	752550	
viens le nombre	266123	De 4141400

Longt party en 104° 15' 00" Réponse l'air de vent corrigé l'air de
Diff en longt ouest 2° 41' 30" Le S. 0. 3° 42' 00" plus ouest et le chemin en de
Longt arrivé ouest 124° 53' 4141400 et la différence en longt ouest
30.1.50 et l'on arrive par 124° 53' 00" de longt ouest au lieu d'ion de part

Exemple 1^{er} 88

On suppose partir de 48°28m de latitude Nord et de 10°15m de longitude occidentale. On a cinglé par estime au SO 48 lieues et par la hauteur on est arrivé par 47°05m de latitude aussi Nord. On demande l'aire de vent et le chemin et la différence en longitude corrigée et par quelle longitude on est arrivé.

Latitude partie Nord	48°28m	Sinus complément de la latitude partie	41°32m	982 155
Latitude observée Nord	47°05m	Sinus complément de la latitude partie	42°55m	983 310
Diff en lat Sud	1°23m	Somme des deux compléments		1 965 465
Sinus complément du moyen parallèle	42°13m			982 732
et la moyenne parallèle est de	47°47m.			



Lieues de diff en lat. faites au Sud Côté AB	34 lieues
Lieues mineures par estime côté BC	34 lieues ⁸⁹
Lieues mineures selon la hauteur côté DE	27 lieues 40m ⁹⁰
Somme	61 lieues 40m
Lieues mineures corrigées côté DF	30 lieues 50m ⁹¹ .

Pour trouver l'aire de vent corrigée angle

Si le côté	est aux lieues mineures corrigées	ainsi le rayon	est à la tangente de l'angle
AD 27 lieues 40m	DF 30 lieues 50m	D 90°	A 48°2m
1 244 247	1 248 855	1 000 000	
À ôter de l'angle	244 247		D 90°
	1 004 608		

Complément de l'aire de vent corrigée angle F 41°58m

Pour trouver le chemin corrigé hypoténuse

Si le sinus comp	est au côté,	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
F 41°58m	AD 27 lieues 40m	D 90°	AF 41 lieues 4/10eme
982 523	1 244 247	1 000 000	
	982 523		
	261 724		

vient le nombre de 41 lieues 4/10eme.

Pour trouver les lieues majeures

Si le sinus complémentaire	est au côté,	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
G 42°13m	DF 30 lieues 50m	D 90°	FG 45 lieues 9/10eme
982 732	1 248 855	1 000 000	
	982 732		

vient le nombre 266 123 de 45 lieues 9/10eme

Longitude partie occidentale 10°15m Réponse l'aire de vent corrigée est trouvée

Différence en longitude orientale 2°18m le SO 3°2m plus Ouest et le chemin est de

Longitude arrivée Ouest 12°33m 41 lieues 4/10eme et la différence en longitude est de 30 lieues 50m et l'on est arrivé par 12°33m de longitude Ouest au méridien de Paris.

⁸⁸ Il manque la page 295 qui sans doute expliquait les principes de la troisième correction, qu'on applique sur cet exemple. En lieu et place figure la page 170.

⁸⁹ Dans chacun des cas, on a navigué 48 lieues selon un angle de 45° (direction SO), donc on obtient les deux mêmes valeurs à partir des 48 lieues de l'estime.

⁹⁰ Lieues sexagésimales... La variation de latitude de 1°23m correspond à une longueur AD de 83m soit 27 lieues 40/60. Avec une aire de vent de 45°, c'est aussi la longueur de DE.

⁹¹ Attention, c'est toujours en lieues sexagésimales. Le calcul du logarithme est fait à partir de 30 lieues 8, ce qui est plausible car $31 + \frac{50}{60} \approx 31,83$.

Correction par plusieurs Routes.
 Lors qu'on a pris hauteur a pres avoir réglé sur plusieurs aïr de vent, il faut premierement pointer toutes les Routes par la même analogie qui sont en la ligne sy devant au Regle par plusieurs Routes en suite les réduire toutes sous les quatre principaux aïr de vent puis a pres soustraire des lieux qui sont sous le nord et sous le sud des uns des autres et Le Restant sera les lieux de difference en latitude selonc l'estime puis il faut en core soustraire les lieux qui sont sous l'Est et sous le couch des uns des autres et Le Restant sera les lieux mineurs fait a son en a son par l'estime en suite il faut trouver l'air de vent et Le chemin estime comme il est en la ligne cy devant au Regle par plusieurs Routes. Remarque que sy l'air de vent trouve par l'estime appartient a la premiere correction cest adire que sy les degs et min de l'air de vent estime ne passe pas 22.5 soit elle sera premiere correction et par conseqent l'air de vent trouve par l'estime ne sera point corrigee. Il ny aura que Le chemin et les lieux mineurs qui seront corrigee par les analogie qui sont en la ligne cy devant avant la premiere correction mais sy le dit air de vent trouve par l'estime depend de la seconde correction cest adire sy les degs et min que vous aurez trouve par l'estime sont entre 22.5 soit et 72.5 les lieux mineurs trouve par l'estime ne seront point corrigee. Il ny aura que l'air de vent et Le chemin qui sera corrigee par les analogie cy devant en la seconde correction. Mais sy le dit air de vent trouve par l'estime depend de la troisieme correction cest adire que sy les degs et min de l'air de vent sont entre 22.5 soit et 72.5 soit il faudra pratiquer la troisieme correction ainsi il faut premierement trouver sur le dit air de vent les lieux mineurs et servir en suivant la premiere correction par les analogie cy devant en la premiere correction et en suite les ajouter avec les lieux mineurs estime que vous aurez trouve suivant la deuxieme correction puis prendre la somme du total et vous aurez les lieux mineurs corrigee suivant la troisieme correction en suite il faut trouver l'air de vent et Le chemin corrigee par les analogie cy devant a la troisieme correction. Il n'est plus qu'a réduire les lieux mineurs en lieux majeurs pour avoir la difference en longitude comme il est enseigné aux autres Regles.

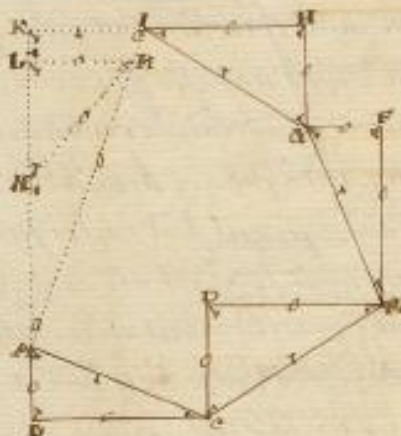
Correction pour plusieurs routes

Lorsqu'on a pris hauteur après avoir cinglé sur plusieurs aires de vent, il faut premièrement pointer toutes les routes par les mêmes analogies qui sont enseignées ci-devant aux règles pour plusieurs routes ensuite les réduire toutes sous les quatre principales aires de vent, puis après soustraire les lieues qui sont sous le Nord et sous le Sud les unes des autres et le restant sera les lieues de différence en latitude selon l'estime puis il faut encore soustraire les lieues qui sont sous l'Est et sous l'Ouest les unes des autres et le restant sera les lieues mineures faites à l'Est ou à l'Ouest, par estime. Ensuite, il faut trouver l'aire de vent et le chemin estimé comme il est enseigné ci-devant aux règles par plusieurs routes. Remarquez que si l'aire de vent trouvé par estime appartient à la première correction c'est-à-dire que si les degrés et les minutes de l'aire de vent estimée ne passent pas $22^{\circ}30m$, elle sera première correction et par conséquent, l'aire de vent trouvée par estime ne sera point corrigée, il n'y aura que le chemin et les lieues mineures qui seront corrigés par les analogies qui sont enseignée ci-devant dans la première correction. Mais si ladite aire de vent trouvée par estime dépend de la seconde correction c'est-à-dire si les degrés et minutes que vous aurez trouvé par estime sont entre $67^{\circ}30m$ et 90° , les lieues mineures trouvées par estime ne seront point corrigées, il n'y aura que l'aire de vent et le chemin qui seront corrigés par les analogies ci-devant en la seconde correction. Mais si ladite aire de vent trouvée par estime dépend de la troisième correction c'est-à-dire si les degrés et minutes de la valeur de l'aire de vent sont entre $22^{\circ}30m$ et $67^{\circ}30m$, il faudra pratiquer la troisième correction. Ainsi il faut premièrement trouver sur ladite aire de vent les lieues mineures observées en suivant la première correction par les analogies ci-devant en la première correction et ensuite les ajouter avec les lieues mineures estimées que vous aurez trouvées suivant la deuxième correction puis prendre la moitié du total et vous aurez les lieues mineures corrigées suivant la troisième correction ; ensuite il faut trouver l'aire de vent et le chemin corrigés par les analogies ci-devant à la troisième correction. Il ne reste plus qu'à réduire les lieues mineures en lieues majeures pour avoir la différence en longitude comme il est enseigné aux autres règles.

Exemple 2^{de}

On suppose partir de 45° 30' de latitude nord et de 75° 00' de longitude à
 singlé par estime aux Routes suivantes Sçavoir :

air de vent	lieux	N	S	E	O
A B SE	60 l.		AE 22 l. 50 m	BC 55 l. 20 m	
AU NE 1/4 E	65 l.	CD 56 l.		DE 54 l.	
AU NO	60 l.	EF 55 l. 20 m			FA 22 l. 50 m
AU NO 1/4 O	60 l.	GH 50 l. 20 m			HI 54 l.
		12 l. 40 m 12 l. 50 m	22 l. 50 m	109 l. 20 m 72 l. 50 m	72 l. 50 m
		AR 80 l. 30 m		RI 86 l. 30 m	

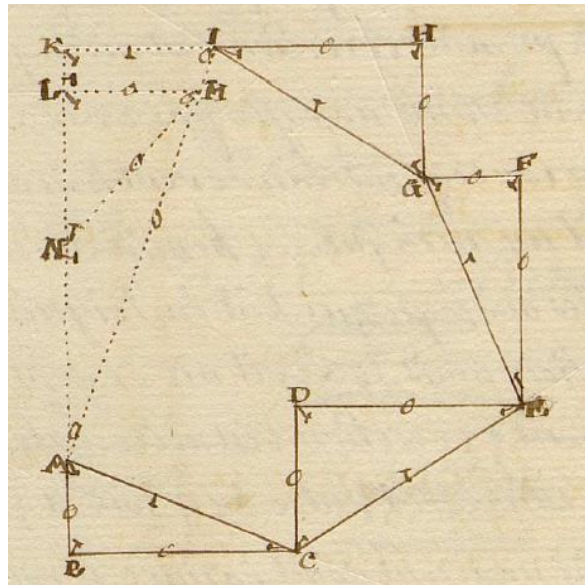


après avoir singlé sur les dites Routes et Reduite les courses air de vent
 en droite Route. Je tire de 111° 25' 45" le plus nord sur lequel on
 a singlé par estime 108 l. de chemin en droite route et par la hauteur
 on trouve arivé par 49° 57' de latitude aussi nord en demandant le
 chemin et la différence en longitude et par quel longtem est arivé
 latitude parly nord 45° 30' sinus complément de latitude parly 44° 30' 95 46 66
 latitude observée 49° 57' sinus complément de latitude arivé 40° 03' 50 53
 Diff en latitude nord 44° 27' sommes des deux complément - 1766417
 Sinus complément du moyen parallèle 42° 51' - 752722
 et la moyenne parallèle 48° 02' 47 54

Exemple 1^{er}

L'on suppose partir de 45°30m de latitude Nord et de 75°30m de longitude. On a cinglé par estime aux routes suivantes à savoir :

Aire de vent	Lieues		N		S		E		O
A ESE.....	60£			AB	22£50	BC	55£20.		
AU NE1/4E....	65£	CD	36£			DE	54£		
AU NNO....	60£	EF	55£20					FG	22£50
AU NO1/4O	60£	GH	33£20					HI	50£
			124£40		22£50		109£20		72£50
			22£50				72£50		
		AK	101£50			KI	36£30		



Après avoir cinglé sur lesdites routes et réduit les courses, l'aire de vent en droite route se trouve le NNE 2°45m plus Nord sur lequel on a cinglé par estime 108 lieues 20m de chemin en droite route et par la hauteur on se trouve arrivé par 49°57m de latitude aussi Nord. On demande le chemin et la différence en longitude corrigée et par quelle longitude on est arrivé

Latitude partie Nord	45°30m	Sinus complément de latitude partie	44°30m	984 566
Latitude observée Nord	<u>49°57m</u>	Sinus complément de latitude arrivée	40°03m	<u>980 851</u>
Diff en latitude Nord	<u>4°27m</u>	Somme des deux compléments		<u>1 965 417</u>
Sinus complément du moyen parallèle		42°11m		<u>982 708</u>
et la moyenne parallèle est		47°49m		

Pour trouver le chemin corrigé hypoténuse

AM

Si le sinus complément *est au côté* ainsi le rayon *est à l'hypoténuse*
 I 70°15m AL 89 lieues L 90° AM 94 lieues 6/10eme
 997 367 1 294 939 1 000 000

997 367

Vient le nombre 297 572 de 94 lieues 6/10eme

Pour trouver les lieues mineures selon la hauteur côté

LM

Si le rayon *est à l'hypoténuse* ainsi le sinus *est au côté*
 L 90° AM 94 lieues 6/10eme A 19°45m LM 32 lieues
 1 000 000 297 589⁹² 952 880

952 880

Vient le nombre 1 250 469 de 32 lieues

Pour trouver les lieues majeures hypoténuse MN

MN

Si le sinus complémentaire *est au côté* ainsi le rayon *est à l'hypoténuse*
 N 42°11m LM 32 lieues L 90° MN 32 lieues
 982 704 1 250 515 1 000 000

982 704

Vient le nombre 267 811 de 47 lieues 7/10eme.

Longitude partie orientale 75°30m

Différence en longitude orientale 2°23m

Longitude arrivée orientale 77°53m

Réponse

Le chemin corrigé se trouve de 94 lieues 6/10eme et la différence en longitude corrigée est de 32 lieues et l'on est arrivé par 77°53m de longitude orientale méridien de Paris.

Exemple 2^{eme}

L'on suppose partir de 49°15m de latitude Nord et de 124° de longitude.

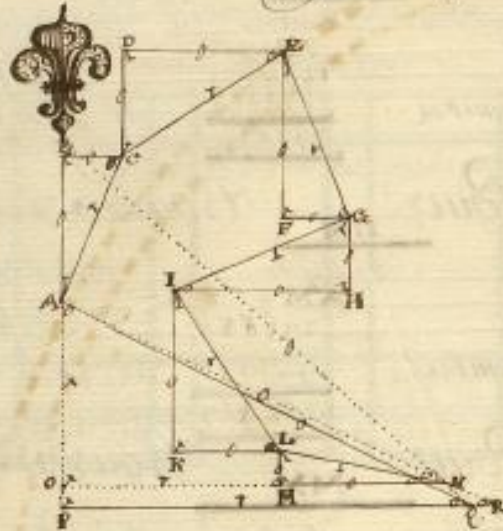
On a cinglé à la route suivante, à savoir :

Aire de vent	Lieues		N		S		E		O
AU NNE....	48£	AB	44£20			BC	18£22.		
AU NE1/4E....	60£	CD	33£20			DE	50£		
AU SSE....	55£			EF	50£40	FG	21£		
AU OSO	58£			GH	22£10			HI	53£30
AU SE1/4S	60£			IK	50£	KL	33£20		
A E1/4SE	52£			LM	10£06	MN	51£		
			77£40		132£56		173£42		53£30
					77£40		53£30		
				AO	55£16 ⁹³	ON	120£12		

⁹² Il aurait pu reprendre la valeur précédente... et il ne met pas le 1 qui précède...

⁹³ Ces 55 lieues et 16/60 devraient donner une variation de latitude d'environ 2°45m, ce qui n'est pas le cas d'après la mesure qui est faite. D'où la nécessité d'une correction.

Suite De L'exemple précédente



après avoir singlé sur les ditte Route et réduit les Courbe Lait de vent
 sud-ouest Route de terre 158 25 15 So plus sud sur le quel on a singlé
 par estime 151 de Route de Chemin en droite Route et par la hauteur
 en se trouve arrivé par les 404 31 en demanant Lait de vent de che-
 min et la différence en long Corrigée et par quel long est en arrivee
 Lait parly nord 45 9 15 Sinus Complément de Lait parly 46 9 45 98208
 Lait observé nord 40 8 23 Sinus Complément de Lait parly 49 8 17 98520
 Différence sud 5 4 12 Somme des deux Compléments . . . 1374624
 Sinus Complément du moyen parallèle 48 9 15 . . . 987314
 Et la moyenne parallèle est de 41 9 42

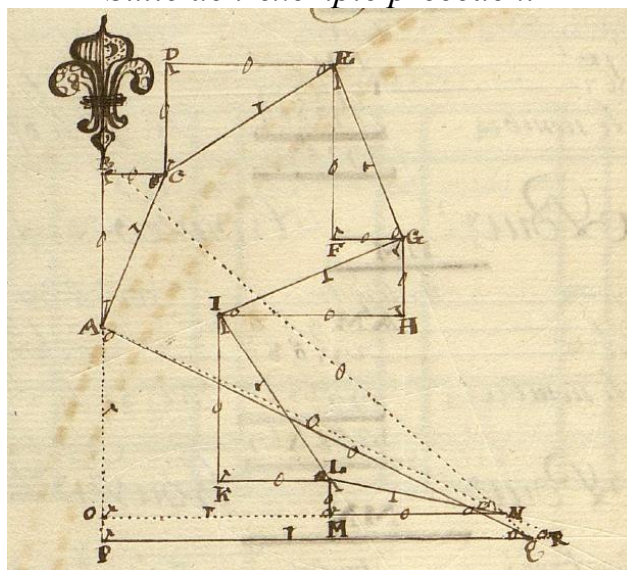
Pour Trouver Les Altitudes des Lait 66

Altitude Courbe	Hauteur	Angle de Lait	Distance de Lait
N 26 7 67	25 6 15	25 6 7 25	12 06 1000
76 19 66	77 5 61	77 5 61	25 9 49 1000
	107 6 47		12 9 49 1000
	76 19 66		12 9 49 1000
	51 4 15		12 9 49 1000

Pour Trouver Lait de St. Congo angle

Altitude Courbe	Hauteur	Angle de Lait	Distance de Lait
N 26 7 67	25 6 15	25 6 7 25	12 06 1000
76 19 66	77 5 61	77 5 61	25 9 49 1000
	107 6 47		12 9 49 1000
	76 19 66		12 9 49 1000
	51 4 15		12 9 49 1000

Suite de l'exemple précédent



Après avoir cinglé sur lesdites routes et réduit la course, l'aire de vent en droite route se trouve ESE $2^{\circ}13m^{94}$ plus Sud sur lequel on a cinglé par estime 131 lieues 40m de chemin en droite route⁹⁵ et par la hauteur, on se trouve arrivés par les $40^{\circ}3m$. On demande l'aire de vent, le chemin et la différence en longitude corrigée et par quelle longitude on est arrivé.

Latitude partie Nord	43°15m	Sinus complément de latitude partie	46°45m	986 235
Latitude observée Nord	<u>40°03m</u>	Sinus complément de latitude arrivée	49°57m	<u>988 393</u>
Diff en latitude Sud	<u>3°12m</u>	Somme des deux compléments		<u>1 974 628</u>
Sinus complément du moyen parallèle		48°18m		<u>987 314</u>
et la moyenne parallèle est		41°42m		

Pour trouver les lieues mineures selon la hauteur, côté

<u>PR</u>			
Si le sinus complément	est au côté	ainsi le sinus	donnera le côté
N 24°37m	AP 64 lieues	A 65°23m ⁹⁶	PR 139 lieues 7/10eme
961 966	280 618	995 861	
	<u>995 861</u>		
	1 276 479	Lieues mineures estimées côté ON	<u>120 lieues 1/10eme⁹⁷</u>
	<u>961 966</u>	Somme des deux côtés	<u>259 lieues 8/10eme</u>
	<u>314 513</u>	Lieues mineures corrigées	129 lieues 9/10eme

Pour trouver l'aire de vent corrigée, angle

<u>A</u>			
Si le côté	est au rayon,	ainsi le côté	sera à la tangente angle
AP 64 lieues	P 90°	PQ 129 lieues 9/10eme	A 63°45m
1 280 618	1 000 000	1 311 360	
		<u>280 618</u>	
		1 030 742	

Otez de l'angle P 90°
Complément de l'aire de vent angle Q 26°15m

⁹⁴ Le calcul donne pour l'aire de vent $90^{\circ} - 24^{\circ}42m = 65^{\circ}18m$. ESE est à un angle de $67^{\circ}30m$ par rapport au Sud. L'aire de vent est donc ESE $2^{\circ}12m$ plus Sud, soit à peu de choses près ce qu'indique Legrip.

⁹⁵ Je trouve avec ma calculatrice 132 lieues 18m, avec la trigonométrie. Il y a donc une erreur de calcul.

⁹⁶ Mais l'aire de vent vaut plutôt $65^{\circ}18m$.

⁹⁷ Plutôt 120 lieues 2/10eme.

Pour Trouver le chemin corrigé de l'heure
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570

Pour Trouver le chemin corrigé de l'heure
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570

Pour Trouver le chemin corrigé de l'heure
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570

Pour Trouver le chemin corrigé de l'heure
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570
 Si le lieu Long. 26° 15' Lat. 48° 15' N. 764570

Repones

Le chemin corrigé de l'heure est de 12442 1/2 milles et la différence en long. corrigée est de 129 1/2 milles et le chemin corrigé par les 11891510 de long. occidentale au méridien de Paris

Pour trouver le chemin corrigé hypoténuse

<u>AQ</u>			
Si le sinus complément	est au côté	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
Q 26°15m	AP 64 lieues	L 90°	AQ 144 lieues 7/10eme
964 570	1 280 618	1 000 000	
	<u>964 570</u>		
Vient le nombre	316 048	de 144 lieues 7/10eme.	

Pour trouver les lieues majeures hypoténuse

<u>BQ</u>			
Si le sinus complémentaire	est au côté	ainsi le rayon	est à l'hypoténuse
B 48°18m	PQ 129 lieues 9/10eme	P 90°	BQ 174 lieues
987 311	1 311 360	1 000 000	
	<u>987 311</u>		
Vient le nombre	324 049	de 174 lieues .	

Longitude partie occidentale

Différence en longitude orientale

Longitude arrivée occidentale

124°

8°42m

115°18m

Réponse

L'aire de vent corrigée se trouve ESE 3°45m plus Sud et le chemin corrigé est de 144 lieues 7/10eme et la différence en longitude corrigée est de 129 lieues 9/10eme et l'on est arrivé par les 115°18m de longitude occidentale au méridien de Paris.

Annexe 0 : Les sinus et logarithmes utilisés par Legrip

Legrip décrit dans son manuscrit toutes les « lignes » trigonométriques utilisées à l'époque (sinus, tangente et sécante d'un angle ou de son complément) : remarquons que ce sont des lignes au sens *géométrique* du terme, construite à partir d'un angle dans un cercle de rayon donné. Il utilise dans la suite de son manuscrit essentiellement, et quasi-majoritairement, le sinus, ou le sinus du complément⁹⁸, plus rarement la tangente. Comme souvent à son époque, le rayon du cercle trigonométrique n'est pas égal à 1 mais à 100 000. Par exemple, le sinus de 16°, qu'on peut lire dans la table ci-dessous extraite du *Nouveau traité de navigation* de Pierre Bouguer publié en 1753, est égal à 27 564 :

D. M.	SINUS.	TANG.	SECAN.
16.0	27564	28675	104030
10	27843	28990	104117
20	28123	29305	104206
30	28402	29621	104295
40	28680	29938	104385
50	28959	30255	104477

Le sinus de 90° vaut 100 000 : on l'appelle l'entier sinus, ou le rayon du cercle.

La correspondance avec notre sinus actuel est immédiate : le sinus de Legrip est 100 000 fois notre sinus arrondi à l'entier le plus proche. Signalons que Legrip n'utilisera jamais directement ces lignes trigonométriques mais fera intervenir des logarithmes pour simplifier les calculs.

Les logarithmes utilisés par Legrip sont à peu de choses près nos logarithmes décimaux. Voici par exemple ce qu'écrivent Nicolas-Louis Lacaille⁹⁹ et Joseph-François Marie¹⁰⁰, auteurs d'une table publiée en 1760 :

Le premier est que comme l'ordre de la numération suit la progression géométrique décuple, l'ordre des logarithmes des nombres suit la progression arithmétique de la suite naturelle. Ainsi chaque logarith. indique par lui-même de quel ordre est le nombre auquel il répond. Dans la figure suivante, la première ligne représente quelques termes consécutifs de la progression géométrique décuple ; & la seconde ligne leurs logarithmes, qui sont en même temps les termes correspondants de la suite naturelle des nombres.

..... 10000. 1000. 100. 10. 1. $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{1}{1000}$ $\frac{1}{10000}$...

..... 4. 3. 2. 1. 0. -1. -2. -3. -4.

D'où il suit que tous les nombres possibles compris entre 10000 & 1000, & qui sont par conséquent du quatrième ordre de la numération des entiers, ont pour logarithmes des nombres compris entre 4 & 3, & qui par conséquent commencent toujours par 3. Tout nombre compris entre 1000 & 100, a pour loga-

Le logarithme d'un nombre se décompose en deux parties : la caractéristique et une « fraction décimale » à joindre à cette caractéristique¹⁰¹, comme l'indique Joseph-François Marie dans une autre table qu'il publie en 1768¹⁰² :

Il suit de-là, 1°, que tous les logarithmes sont composés de deux parties. La première, à gauche, représente l'entier de l'exposant ; la seconde exprime la fraction décimale qu'il faut joindre à cet entier, pour que le tout fasse un exposant exact de la puissance de 10 qui est égale au nombre donné. On appelle cet entier la *Caractéristique* du logarithme, & on le sépare à l'ordinaire par un point, de la fraction qui le suit.

⁹⁸ Notre cosinus donc.

⁹⁹ Astronome et abbé, né en 1713 et mort en 1762.

¹⁰⁰ Mathématicien et abbé, né en 1738 et mort en 1801.

¹⁰¹ Que l'on appelait la mantisse du temps où j'étais élève.

¹⁰² Table qui donne les logarithmes des entiers de 1 à 20 000, contrairement à la précédente qui s'arrêtait à 10800.

Marie rappelle ensuite qu'à partir de la connaissance du logarithme de 4682, égal à 3.670431¹⁰³, on peut déduire les logarithmes des nombres formés avec les mêmes chiffres significatifs :

Nombres.	Logarithmes.	Nombres.	Logarithmes.
468200	5.670431	4.682	0.670431
46820	4.670431	0.4682	-1.670431
4682	3.670431	0.04682	-2.670431
468.2	2.670431	0.004682	-3.670431
46.82	1.670431	0.0004682	-4.670431

On voit que les nombres compris entre 0 et 1, les « fractions » comme l'écrit l'auteur, dont le logarithme est négatif, posent quelques petits problèmes de calcul. Problèmes que l'on cherche à éviter en décalant la caractéristique : au lieu de 0, on attribue par exemple la caractéristique 10 à 1 et à tous les entiers compris entre 1 et 10, ce qui reporte la caractéristique 0 aux nombres compris entre 10^{-10} et 10^{-9} .

Au lieu de prendre 0, 1, 2, 3, &c, pour les logarithmes de 1, 10, 100, 1000, &c, prenez 10, 11, 12, 13, &c, alors 9,8,7,6 &c, seront les logarithmes de $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$. Il suffit de jeter les yeux sur la Table suivante.

Logarithmes ordinaires.	Nombres.	Logarithmes supposés.
3.000000	1000	13.000000
2.000000	100	12.000000
1.000000	10	11.000000
0.000000	1	10.000000
-1.000000	0.1	9.000000
-2.000000	0.01	8.000000
-3.000000	0.001	7.000000

Ceci explique les « logarithmes » étranges que l'on voit dans les calculs de Legrip. Par exemple, à la page 274 de son manuscrit, on rencontre $\log 598 = 1277679$, la caractéristique étant 12 et la mantisse 77679. Plus généralement, on peut considérer que le logarithme de Legrip d'un nombre strictement positif a est égal à :

$$\log_L a = 10^5(10 + \log a) = 10^5 \log(10^{10} \times a)$$

Mais il arrivera à Legrip de changer la caractéristique et d'ajouter à notre logarithme usuel par exemple 11 au lieu de 10.

Plus généralement, un peu comme quand on travaille avec la règle à calcul¹⁰⁴, la caractéristique n'a pas une grande importance dans la mesure où l'on a facilement un ordre de grandeur du résultat attendu.

Il reste les tables trigonométriques, qu'on adapte aussi à la sauce logarithme – tellement pratique pour les calculs – pour obtenir ce qu'on appelle parfois un sinus qualifié d'artificiel ou sinus logarithme, etc. mais que Legrip continue d'appeler sinus.

Par souci de précision, on dresse la table de log sinus à partir de tables de sinus établies avec un rayon de 10^{10} . Par exemple :

$$\sin 5^\circ = 871557427 \quad \text{puis} \quad \log \sin 5^\circ = \log 871557427 = 894030.$$

C'est un logarithme « normal » dans lequel on a adjoint la caractéristique – ici 8 – et la mantisse –94030.

Le log sinus de Legrip d'un angle α exprimé en degré est donc :

$$\log_L \sin_L \alpha = 10^5 \log(10^{10} \sin \alpha) = 10^5(10 + \log \sin \alpha).$$

qu'on arrondit à l'entier le plus proche.

Notons en particulier que :

$$\log_L \sin_L 90^\circ = 10^5 \log(10^{10} \sin 90^\circ) = 10^5 \times 10 = 10^6.$$

¹⁰³ La caractéristique 3 est séparée de la mantisse 0,670431 par un point comme on le faisait à l'époque. On a bien sûr : 3.670431=3,674031.

Attention cependant, dans le tableau qui suit, le logarithme de 0,4682, noté comme -1.670431, est en fait $-1 + 0,670431 = -0,329569$

et non le nombre qu'on croirait lire de prime abord.

¹⁰⁴ Pour les plus anciens qui l'ont pratiquée dans leur jeunesse.

Bien évidemment, les formules usuelles de la fonction logarithmes ne sont pas exactement conservées. Par exemple :

$$\log_L(ab) = 10^5(10 + \log(ab)) = 10^5(10 + \log a + \log b)$$

qui n'est pas tout à fait égal à :

$$\log_L a + \log_L b = 10^5(10 + \log a) + 10^5(10 + \log b) = 10^5(20 + \log a + \log b)$$

Mais c'est la gestion de qu'on appelait autrefois les « analogies », expression du type $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, qui importe, notamment résultant de l'application de la loi des sinus. Pour un entier k pas forcément égal à 10, il est alors immédiat de vérifier les équivalences suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Leftrightarrow \log a - \log b = \log c - \log d \\ &\Leftrightarrow 10^5(k + \log a) - 10^5(k + \log b) = 10^5(k + \log c) - 10^5(k + \log d) \\ &\Leftrightarrow \log_L a - \log_L b = \log_L c - \log_L d \end{aligned}$$

De même, pour k entier pas forcément égal à 10 :

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} &\Leftrightarrow \log a - \log b = \log \sin \hat{A} - \log \sin \hat{B} \\ &\Leftrightarrow 10^5(k + \log a) - 10^5(k + \log b) = 10^5(10 + \log \sin \hat{A}) - 10^5(10 + \log \sin \hat{B}) \\ &\Leftrightarrow \log_L a - \log_L b = \log_L \sin \hat{A} - \log_L \sin \hat{B} \end{aligned}$$

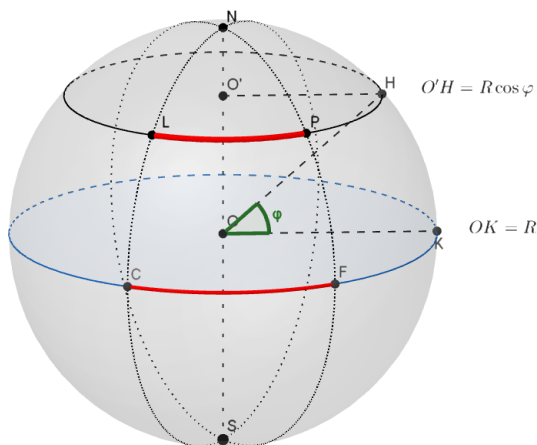
On constate donc que ces expressions du logarithme suffisent à résoudre les analogies, c'est-à-dire à trouver le quatrième nombre d'une proportion quand on en connaît trois.

Annexe 1 : lieues majeures, lieues mineures

Dans la navigation, en France, à l'époque de Legrip, on utilisait couramment comme unité de longueur les lieues. Par définition, un parcours de 20 lieues en se déplaçant sur un méridien¹⁰⁵ correspond à une variation de latitude de 1°¹⁰⁶.

Ces lieues décomptées sur un méridien, qui est un cercle majeur de la sphère terrestre, sont appelées lieues majeures. On peut alors facilement convertir ce déplacement en degrés de variation de latitude. Par exemple si l'on s'est déplacé de 50 lieues vers le Nord, la latitude a augmenté de $\frac{50}{20} = 2,5$ soit 2°30'¹⁰⁷.

Signalons que Legrip utilise des lieues « sexagésimales » ou des lieues décimales¹⁰⁸. Ces dernières sont distinguées des premières par exemple en écrivant 27 lieues 5/10ème. 27 lieues 5m signifierait 27 lieues et 5/60 de lieue.



Si maintenant on se déplace sur un parallèle, donc sur un cercle mineur de la sphère terrestre¹⁰⁹, on utilise la même unité, la lieue, qu'on la qualifiera de lieue mineure : la conversion des lieues mineures en degrés de longitude n'est plus aussi immédiate que pour les lieues majeures. La figure ci-contre montre qu'une même variation de longitude, par exemple entre L et P ou entre C et F , correspond à des longueurs différentes, longueurs qui vont en décroissant en allant vers le pôle Nord. L'équateur, cercle majeur de la sphère terrestre, est le seul endroit où l'on peut mesurer la variation de longitude en utilisant la règle « 1° correspond à 20 lieues » : la variation de longitude entre L et P se mesurera entre C et F .

¹⁰⁵ Qui est un grand cercle, ou cercle majeur, de la sphère terrestre. Considérons une sphère de centre O : un grand cercle de cette sphère est un cercle de la sphère qui a pour centre le centre O de la sphère ; un petit cercle, ou cercle mineur, de la sphère, est un cercle dont le plan ne contient pas le centre de la sphère : c'est le cas des parallèles sur la sphère terrestre, hormis l'équateur qui, lui, est un grand cercle. Remarquons que tous les méridiens (et tous les grands cercles) ont la même longueur, ce qui n'est pas le cas des petits cercles.

¹⁰⁶ Cette définition était aussi celle de l'Angleterre. Certains pays, comme l'Espagne, ont par contre choisi 17,5 lieues ou la Hollande 15 lieues pour 1° ; ce ne sont pas les valeurs les plus simples pour effectuer les calculs !

¹⁰⁷ Notation utilisée par Legrip.

¹⁰⁸ Ces dernières résultent souvent d'une lecture dans une table.

¹⁰⁹ On exclut bien sûr l'équateur qui est un cercle majeur de la sphère terrestre.

On dit qu'on doit convertir les lieues mineures en lieues majeures.

Il est facile de voir que le parallèle de latitude φ possède un rayon $O'H$ égal à $R \cos \varphi$, où R est le rayon de la terre. Le parallèle de latitude φ a donc pour longueur $2\pi R \cos \varphi$ soit la longueur de l'équateur multipliée par $\cos \varphi$. Par conséquent, la longueur de l'arc $\widehat{LP}$ est celle de l'arc $\widehat{CF}$ multipliée par $\cos \varphi$ dans la mesure où ces deux arcs interceptent des angles égaux. On a donc $\widehat{CF} = \frac{\widehat{LP}}{\cos \varphi}$.

Ainsi si $\widehat{LP}$ correspond à un parcours de 50 lieues mineures effectué à une latitude de 40° , la conversion en lieues majeures donnerait : $CF = \frac{50}{\cos 40^\circ} \approx 65,27$ lieues majeures ce qui correspondrait à une variation de longitude de : $\frac{65,27}{20} = 3,2635 \approx 3^\circ 16'$.

Ainsi un déplacement de 50 lieues mineures sur le 40° parallèle correspond à une variation de longitude égale à $3^\circ 16'$.

La résolution à l'époque de Legrip s'appuyait sur l'utilisation de la loi des sinus dans le triangle $OO'H$ rectangle en O' . Les longueurs des arcs $\widehat{CF}$ et $\widehat{LP}$ (respectivement lieues majeures et lieues mineures) sont proportionnelles aux rayons $O'H'$ et OH . En langage moderne nous dirions, de manière algébrique :

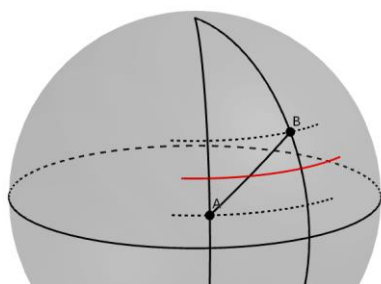
$$\frac{\sin(90^\circ - \varphi)}{O'H'} = \frac{\sin 90^\circ}{OH} \text{ ou encore } \frac{\sin(90^\circ - \varphi)}{\widehat{LP}} = \frac{\sin 90^\circ}{\widehat{CF}}$$

Legrip le traduit par une analogie : « le sinus du complément de la latitude est aux lieues mineures comme l'entier sinus est aux lieues majeures ».

Annexe 2 : moyen parallèle

La principale difficulté de la navigation jusqu'à la deuxième moitié du XVIII^e siècle – tant que les montres de marine n'ont pas été inventées, permettant au cours d'un voyage la conservation de l'heure, à quelques secondes près – consiste à déterminer la longitude d'un lieu. Contrairement à la latitude, cette longitude ne peut pas être mesurée directement sur un navire¹¹⁰ mais elle est obtenue à partir d'un calcul, basé sur la réduction de lieues mineures en lieues majeures effectuée sur un « moyen parallèle »¹¹¹. Jean Bouguer, dans son *Traité complet de la navigation* écrit en 1698, explique simplement la notion de moyen parallèle :

Quand on a couru une sur Route oblique, c'est à dire qui n'est exactement ny Nord ou Sud, ny Est ou Ouest, ces routes obliques, outre les lieues Nord ou Sud donnant des lieues vers l'E ou vers l'O, qu'il faut réduire en degrez de longitude ; mais ces lieues mineures n'ont été faites ny sur le parallele du départ, ny sur celui de l'arrivée, parce qu'elles ont été faites sur tous les paralleles qui font entre celui du départ & celui de l'arrivée, & comme tous les paralleles font inégaux on est obligé d'en prendre un, qui tienne une moyenne proportion entr'eux, & on l'appelle pour cela, le moyen parallele, mais l'on trouve differens



Différentes techniques existent lorsqu'on navigue d'un point A de latitude φ_1 à un point B de latitude φ_2 ¹¹², endroits qu'on suppose dans un premier temps dans le même hémisphère, Nord ou Sud.

La plus simple consiste à prendre la moyenne arithmétique $\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$: Denonville dans son manuscrit recommande ce calcul dans le cas où la différence de latitude est inférieure à 5° , ce qui, il faut l'avouer, doit être assez fréquent quand on navigue.

Mais la moyenne arithmétique des deux latitudes n'est pas très juste dans la mesure où la décroissance des longueurs des parallèles n'est pas linéaire — elle se fait selon $\cos \varphi$, φ étant la latitude puisque le rayon d'un parallèle est $R \cos \varphi$, où R désigne le rayon de la terre. Une autre méthode est donc utilisée, en prenant comme moyen parallèle la valeur de φ telle que :

$$\cos \varphi = \frac{\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2}{2}$$

¹¹⁰ Les méthodes existantes, distances lunaires ou satellites de jupiter, demandant une précision incompatible avec les mouvements d'un navire.

¹¹¹ Écrit souvent « moyenne parallèle » chez Legrip.

¹¹² φ_1 et φ_2 étant supposés compris entre 0° et 90° .

le cosinus étant indiqué à l'époque comme le sinus du complément.

C'est ce que propose Guillaume Denis dans son *Art de naviger par les nombres* publié à Dieppe en 1668 :

La 1. est d'adiouster ensemble les 2 Sinus de complément tant de la latit. d'où l'on est party, que de celle ou l'on est arriué, & du tout en prendre la moitié, laquelle il faut chercher dans la Table des Sinus communs, & du degré & min. vis à vis duquel on le rencontre, en prendre le complément, ou bien remarquant le degré & min. qui luy correspond à l'autre page de l'ouverture du liure, ce sera le degré, & min. de la M. parallèle cherchée entre les 2 latit. proposées.

J'ay dit des Sinus communs pour vous aduertir que par les Sinus Logarithmiques l'on n'y trouuerroit pas son compte ; puis que la moitié des Logarithmes est celuy de la racine quarrée du nombre dont l'on a prins la moitié, ce qui n'a aucune vray-semblance de raison dans ce fait icy.

Guillaume Denys recommande d'utiliser les « sinus communs », et pas les « sinus logarithmiques » sous peine de ne pas y « trouver son compte » puisque cela n'a « aucune vraysemblance de raison » selon lui.

Jean Bouguer dans son *Traité complet de navigation* reprend la méthode de Guillaume Denys, la plus précise selon lui, qu'il qualifie de détermination du moyen parallèle arithmétique¹¹³.

Trouver par les Sinus le moyen parallèle Arithmetique, entre le parallèle du départ & celui de l'arrivée.

Il faut ajoûter les Sinus complément des deux latitudes du départ & de l'arrivée, & prendre la moitié de leur somme qui sera le sinus complément du moyen parallèle, ou ce qui est la même chose, qui sera le rayon du moyen parallèle, comme il est démontré au Chapitre 5. sur la Figure 28. Planche 4.

Exemple. On veut trouver le moyen parallèle Arithmetique entre ceux de 40 & 60 degrez de latitude, on ajoûte ensemble les sinus complément de 40 & 60 degrez de latitude, sçavoir de 50 & 30 degrez, lesquels sinus sont 76604 & 50000, & leur somme sera 126604, dont la moitié 63302 sera le sinus complément du moyen parallèle, ou le rayon de ce moyen parallèle qui se trouve étant cherché dans les Tables des Sinus vis-à-vis de 50 degrez 44 minutes par où passe le moyen parallèle Arithmetique entre 40 & 60 degrez.

Mais la méthode bannie par Guillaume Denys en 1668 est admise chez Bouguer 30 ans après. L'utilisation systématique des tables de logarithmes sinus par les marins y est sûrement pour quelque chose, rendant peu à peu désuètes les tables de trigonométrie traditionnelles :

Trouver par les Logarithmes le moyen parallèle Geometrique, entre le parallèle du départ & celui de l'arrivée.

Il faut ajoûter ensemble les Logarithmes sinus de complément des deux latitudes, & la moitié de leur somme sera le logarithme sinus de complément du moyen parallèle en raison Geometrique, car la somme de ces deux logarithmes n'est autre chose que le logarithme du produit des deux sinus, & la moitié de la somme de ces mêmes logarithmes n'est autre chose que le logarithme de la racine quarrée du produit des sinus, mais cette racine quarrée est moyenne proportionnelle Geometrique, entre les deux sinus.

Comme le souligne Bouguer, le calcul consiste donc à déterminer φ tel que :

$$\log \cos \varphi = \frac{\log \cos \varphi_1 + \log \cos \varphi_2}{2} = \frac{1}{2} \log(\cos \varphi_1 \cos \varphi_2) = \log \sqrt{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}$$

ce qui revient à affirmer que $\cos \varphi$ est la moyenne géométrique de $\cos \varphi_1$ et de $\cos \varphi_2$, d'où la qualification de moyen parallèle géométrique.

Déterminons la moyenne parallèle φ entre un endroit de latitude 10° et un autre de latitude 40° .

La première méthode donne $\varphi = \frac{10^\circ + 40^\circ}{2} = 25^\circ$.

¹¹³ Car elle est basée sur la moyenne arithmétique des cosinus.

La deuxième méthode donne $\cos \varphi = \frac{\cos 10^\circ + \cos 40^\circ}{2} \approx 0,8754$ ce qui donne $\varphi \approx 28^\circ 54'$.

Enfin la troisième donne $\log \cos \varphi = \frac{\log \cos 10^\circ + \log \cos 40^\circ}{2} \approx -0,06119$, d'où $\varphi \approx 29^\circ 42'$.

On observe des différences assez nettes entre les trois méthodes.

Remarque

On connaît la formule $\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 = 2 \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$.

On a par conséquent :

$$\cos \varphi = \frac{\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2}{2} = \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \leq \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}.$$

Tenant compte de la décroissance de la fonction cosinus sur $[0^\circ ; 90^\circ]$, on peut en déduire que $\varphi \geq \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$.

Le moyen parallèle obtenu par la moyenne arithmétique des cosinus est toujours plus grand que celui obtenu par la moyenne arithmétique des angles.

D'autre part, on sait que : $\sqrt{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2} \leq \frac{\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2}{2}$

ce qui prouve de façon analogue que le moyen parallèle obtenu par la moyenne géométrique des cosinus est toujours plus grand que celui obtenu par la moyenne arithmétique des cosinus.

Par ailleurs, si l'on revient à l'égalité : $\cos \varphi = \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$, on comprend que, dès lors que $\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$ est petit¹¹⁴, $\cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$ sera proche de 1 et $\cos \varphi$ de $\cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$, ce qui légitime le fait que φ sera bien approximé par $\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$.

Et si les deux latitudes ne sont pas dans le même hémisphère, l'une au Nord, l'autre au Sud ? Cela se complique singulièrement. Diverses méthodes sont utilisées, qui relèvent plus d'une « tambouille » calculatoire que d'une démarche rigoureuse : d'autant que leur application conduit à des résultats souvent bien différents.

Revenons à notre ami Guillaume Denys : dans son traité, il fait le calcul du moyen parallèle comme si les deux latitudes étaient dans le même hémisphère puis il retire à la valeur obtenue la plus petite des deux latitudes. Voir ci-contre l'exemple de la recherche du moyen parallèle entre 5° de latitude Nord et 15° de latitude Sud, en utilisant bien sûr les sinus « naturels ». Le résultat est $6^\circ 10'$ Sud. (voir ci-contre).

EXEMPLE.

Quelle est la M. parallèle entre 5 deg. de latit. Nord, & 15 deg. de latit. Sud:

R. Il faut adjoindre le Sinus de compl. de 5 deg. avec celui de 15 deg. & en prendre la moitié laquelle fera le Sinus compl. de 11 deg. 10 min. qui feroit la M. parallèle n'estoit que les 2 latit. proposées sont de diuerse denomination, à cause dequoy il faut soustraire les 5. deg. de la moindre des 2 latit. & resteront 6 deg. 10 min. pour la M. parallèle entre ces 2 latit. proposées de diuerse denomination.

Sinus compl. des 5 deg. de latit. Nord.	99619
Sinus compl. des 15 deg. de latit. Sud.	96593
Aggrégé de ces 2 Sinus.	196212
Moitié Sinus compl. de 11 deg. 10 min.	98106
La moindre des 2 latit. 5 deg. 00 min.	
Pour la M. parallèle 6 deg. 10 min.	

tant de latit. Nord que

La justification qu'il donne m'a laissé perplexe et peu convaincu. Reprenons-la :

Pour la M. parallèle

La raison est que les 5 deg. tant de latit. Nord que de latit. Sud sont de pareille grandeur, & toute la différence de ces 2 latit. ne se rencontre que dans l'exces de la plus grande latit. 15 par dessus la moindre 5 donc la moitié, à raison de la diminution, a esté trouuée de 11 deg. 10 min. laquelle feroit la M. parallèle, de laquelle si l'on soustrait les 5 deg. qui sont égaux de part & d'autre resteront 6 deg. 10 min. pour la M. parallèle requise entre ces latit. proposées de diuerse denomination.

¹¹⁴ Comme on l'a vu plus haut, on admet en général que l'écart entre les deux latitudes ne doit pas excéder 5° , parfois seulement 3° .

Pour résumer, le résultat ne peut bien sûr pas être le même celui qu'on a calculé avec les deux valeurs dans le même hémisphère ; il faut tenir compte des 5 degrés qui « pèsent » de l'autre côté en les retirant au résultat.

Jean Bouguer, quant à lui, propose une autre méthode :

Lorsqu'une route de Navigation se trouve entre deux latitudes de différentes dénomination, c'est à dire que l'une est Nord, & l'autre Sud ; l'on prend seulement le moyen parallèle de la plus grande de ces deux latitudes, sur lequel on réduit les lieues mineures E ou O provenues de la route, en degrez de difference en longitude, comme on verra dans les Exemples de Navigation au Chapitre suivant.

Voici un des exemples abordé plus loin dans son traité : le moyen parallèle est 5°, sans tenir du tout compte de la latitude de départ :

Latitude du départ N,	5 deg. 0. m.	243 lieues E.
Latitude de l'arrivée S,	10 0	
Difference en latitude S,	15	
Moyen parallèle,	5	
Longitude de l'arrivée & difference E,	12 15 min.	
Lieues de distance	386.	

Henri Désaguliers dans son *Art de naviguer* publié en 1718 est encore plus simple : il ne tient pas compte de la plus petite des latitudes :

Il faut prendre le moyen parallèle, entre la ligne Equinoxiale

L'ART DE NAVIGER.

Equinoxiale & la plus grande des deux Latitudes, & n'avoir égard à la moindre Latitude, lors que les deux Latitudes sont inégales.

1. Exemple. On part de 15 degrez de Latitude Nord, & on cingle jusques par les 30 degrez de Latitude Sud ; on demande le moyen parallèle ? Réponse, le moyen parallèle est de 15 deg. 30 min.

Encore plus simple dans *Le pilote instruit* de Monsieur le Gaigneur en 1781 :

§ 17. Pour trouver ce moyen parallèle, l'usage le plus suivi dans la pratique journaliere, comme d'un midi à l'autre, est de faire une somme de la latitude du départ & de celle d'arrivée, dont on prend la moitié, qui est le moyen parallèle, lorsque les deux latitudes sont de même dénomination ; ou le quart de cette somme, lorsqu'elles sont l'une du côté du Nord, & l'autre de celui du Sud.

Par exemple, entre 15° de latitude Nord et 30° de latitude Sud, on obtiendrait :

$$\frac{30^\circ + 15^\circ}{4} = 11,25^\circ \text{ de latitude Sud.}$$

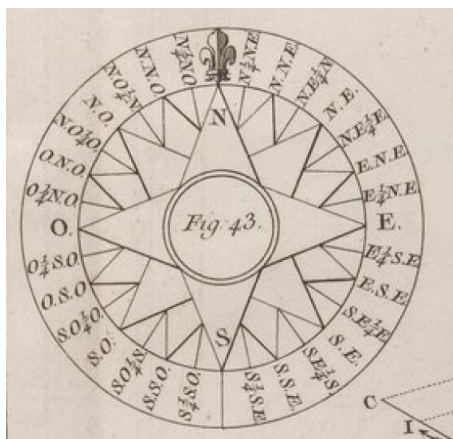
On conçoit donc que, faute d'explications convaincantes, on soit conduit à une grande diversité de méthodes. Pour les voyages courants, le navigateur expérimenté sans doute s'en tirait à bon compte avec une des règles simples énoncées plus haut.

Annexe 3 : aire de vent et angles correspondants

Chaque quadrant est partagé en 7 rhumbs espacés l'un à l'autre de 11°15', comme le montre la rose des vents extraites du traité de Pierre Bouguer.

Dans le premier quadrant, on a les correspondances angulaires suivantes, mesurées à partir du Nord :

Rhumb	N	N1/4NE	NNE	NE1/4N	NE	NE1/4E	ENE	E1/4NE	E
Angle	0°	11°15'	22°30'	33°45'	45°	56°15'	67°30'	78°45'	90°



Annexe 4 : corrections de routes

Il faut bien se rendre compte que la latitude était la seule donnée fiable dont disposaient les pilotes du XVIII^e siècle, fiable en ce sens qu'on pouvait en faire une mesure relativement précise à bord d'un bateau. On a déjà signalé que la longitude était obtenue uniquement par calcul, les méthodes astronomiques (par exemple par celle des distances lunaires) se révélant impraticables concrètement sur le pont d'un navire¹¹⁵.

Et malgré le soin que les pilotes du XVIII^e siècle pouvaient apporter à leurs mesures, et la grande connaissance qu'ils avaient de leur bateau et de son comportement sur mer et sous le vent, il arrivait fréquemment que la latitude d'arrivée, donnée par exemple par la hauteur méridienne du soleil, ne correspondait pas à la latitude d'arrivée obtenue par le calcul. Parce que les instruments en cause (loch, compas, sablier) demeuraient d'une précision grossière, parce que le bateau était susceptible de dériver sous l'influence du vent et des flots, il était en effet très facile de se tromper sur l'estimation en lieues du chemin parcouru ou encore sur le rhumb de vent que l'on pensait avoir suivi, voire parfois sur les deux.

En cas de désaccord flagrant entre la latitude mesurée et la latitude calculée, il était donc nécessaire de procéder à des corrections. La « maxime » générale, rappelée par Dulague dans les différentes rééditions¹¹⁶ de ses *Leçons de navigation*, énonce que *si la latitude observée ne diffère pas de la latitude estimée de plus de 3 minutes sur une route de 20 lieues, ou de 4 sur une route de 40 lieues ou de 5 sur une route de 60 lieues, et ainsi de suite en augmentant d'une minute pour chaque vingtaine de lieues, la longitude estimée du point d'arrivée, trouvée par la réduction ordinaire est censée bonne.*

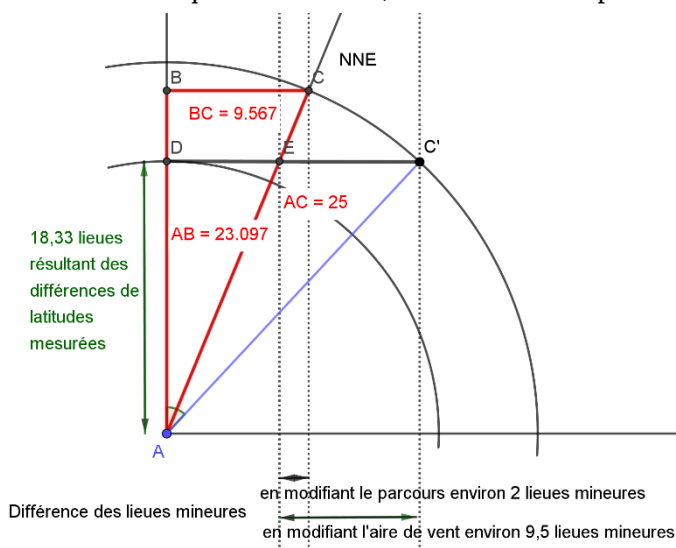
La correction, quand elle est nécessaire, s'établit donc soit sur le chemin parcouru, soit sur l'aire de vent, soit sur les deux, l'enjeu étant en tout état de cause de récupérer une longitude et un chemin parcouru qui soit les plus justes possibles. Selon le cap suivi, trois corrections sont classiquement décrites, mais le choix du pilote reste prépondérant et il peut appliquer la méthode qu'il souhaite selon son avis, son expérience et la connaissance qu'il a de son navire.

Première correction

On choisit de corriger le chemin estimé, en conservant le rhumb de vent suivi. Cette correction se pratique pour des routes comprises entre le NNE et le NNO, ou symétriquement entre le SSE et le SSO.

Le figure ci-contre reprend l'exemple traité par Legrip pour la première correction. Le chemin estimé AC figure en rouge et se décompose en AB pour la variation de latitude et BC pour la variation de longitude.

La variation de latitude *mesurée* conduit à



¹¹⁵ C'est l'apparition des montres de marines, dans la deuxième moitié du siècle, et leur généralisation au siècle suivant, qui régla définitivement et simplement le problème.

¹¹⁶ Je me suis basé le traité que je possède, réédité en 1814 après la mort de Dulague en 1805. La première édition date de 1768. Dulague s'appuie beaucoup sur Bouguer.

